

Deeltentamen differentiaalvergelijkingen 16 april 2012

- Zet op elk vel dat je inlevert je naam, je studentnummer en op de eerste pagina ook de naam van je werkcollegeleider: Wilfred de Graaf (groep 1), Jaap Eldering (groep 2) of Roy Wang (groep 3).
- Laat bij elke opgave duidelijk zien hoe je aan je antwoorden komt.
- Ook als je een onderdeel van een opgave niet kunt maken mag je dat onderdeel uiteraard wel gebruiken.
- *SUCCES!*

1. [25] Los het beginwaardeprobleem

$$\begin{cases} \dot{y} = y + ty^3 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

op. *Hint:* pas de substitutie $z = \frac{1}{y^2}$ toe.

2. [25] Bepaal alle oplossingen van de differentiaalvergelijking

$$\dot{y} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} y .$$

3. [35] Voor de familie $\dot{y}_1 = cy_1 + dy_2$ van differentiaalvergelijkingen wordt in deze opgave het bifurcatiediagram geconstrueerd.

- (i) Zet de vergelijking(en) om in een systeem $\dot{y} = Ay$ en geef de matrix A expliciet aan.
- (ii) Bereken $\text{Sp}A$, $\det A$ en de discriminant Δ van de karakteristieke veelterm van A in termen van de parameters c en d .
- (iii) Teken $\text{Sp}A = 0$, $\det A = 0$ en $\Delta = 0$ in het (c, d) -vlak.
- (iv) Geef voor elke regio in het (c, d) -vlak een faseportretje. *Hint:* gebruik de eigenwaarden.

4. [15] Beschouw op \mathbb{R}^2 het door

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= 2 - y_1y_2 - y_2^2 \\ \dot{y}_2 &= 2 - y_1^2 - y_1y_2 \end{aligned}$$

gegeven systeem van niet-lineaire differentiaalvergelijkingen.

- (i) Geef de evenwichtspunten en bepaal hun stabiliteit.
- (ii) Schets het faseplaatje.