

## Differentiaalvergelijkingen B (WISB231) 21 augustus 2001

### Opgave 1 (25 punten)

Geef de algemene reëelwaardige oplossing van de lineaire vierde order differentiaalvergelijking

$$y'''' + 4y''' + 7y'' + 6y' + 2y = 0.$$

Hint:  $\lambda^4 + 4\lambda^3 + 7\lambda^2 + 6\lambda + 2 = (\lambda^2 + 2\lambda + 1)(\lambda^2 + 2\lambda + 2)$ .

### Opgave 2 (25 punten)

Bepaal de algemene oplossing van de vergelijking

$$y'' - 2y' + y = xe^x.$$

### Opgave 3 (25 punten)

Beschouw de vergelijking

$$\ddot{q} = -V'(q), \quad V(q) = -\frac{q^2}{2} + \frac{q^4}{4}. \quad (1)$$

Schets het faseplaatje van (1), d.w.z. teken de banen in het  $(q, \dot{q})$ -vlak. Zet ook pijltjes.

### Opgave 4 (25 punten)

Beschouw de Bessel vergelijking van index  $\frac{1}{2}$ ,

$$x^2 y'' + xy' + \left(x^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2\right)y = 0. \quad (2)$$

a) Vind twee lineair onafhankelijke oplossingen als reeksontwikkelingen van de vorm

$$y(x) = x^r \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n.$$

Bepaal  $r$  en recursieve betrekkingen voor de coëfficiënten  $a_n$ .

b) Bepaal de coëfficiënten  $a_n$  voor de twee oplossingen in (a) en geef de algemene oplossing van (2) in gesloten vorm door de machtreksen te sommeren.