INFORMATICA INSTITUUT, FACULTEIT WISKUNDE EN INFORMATICA, UU.
IN ELEKTRONISCHE VORM BESCHIKBAAR GEMAAKT DOOR DE TBC VAN A−Eskwadraat.
HET COLLEGE GR WERD IN 2003 GEGEVEN DOOR RENÉ VAN OOSTRUM.

Toets 1 Graphics (GR)
26 september

- Deze toets bestaat uit twee opgaven met in totaal elf sub-opgaven;
- de opgaven 1c en 2d dienen ter controle van eerdere antwoorden, en leveren 0 punten op. Je hoeft ze niet op het antwoordvel te maken;
- het maximale aantal te behalen punten is 11. Het cijfer voor deze toets is min (10, aantal punten);
- bij deze toets mogen boek, aantekeningen en rekenmachines *niet* gebruikt worden;
- schrijf op ieder antwoordvel je naam en collegekaartnummer.

Opgave 1. Ray Casting

We willen een eenvoudige scene, bestaande uit slechts twee driehoeken, renderen d.m.v. ray casting. We schieten daarbij voor elke pixel een straal vanuit het COP door het middelpunt van de pixel, en kijken welke driehoek als eerste door deze straal wordt geraakt. De pixel krijgt de kleur van de eerstgeraakte driehoek, of wordt zwart als geen enkele driehoek wordt geraakt.

De scene ziet er als volgt uit:

- er is een rode driehoek Δ_1 met hoekpunten $(-5, 2, 1)$, $(7, 1, 11)$, en $(7, 3, 11)$;
- er is een blauwe driehoek Δ_2 met hoekpunten $(-1, 3, 8)$, $(3, 0, 4)$, en $(4, 4, 3)$;
- het COP staat op het punt $(0, 0, -15)$.

We gaan nu kijken hoe de situatie is als we een straal vanuit het COP schieten door het middelpunt p van een bepaalde pixel $p_{i,j}$. Gegeven is dat p de coördinaten $(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}, 0)$ heeft.

a) Geef een parametrische vergelijking van de lijn l door het COP en door p. Hint: een scalair veelvoud van de richtingsvector van de lijn kan zelf ook als richtingsvector dienen. Het is handig om eventuele breuken weg te werken, om later rekenwerk te vereenvoudigen. *(1 punt)*

b) Laat zien hoe je aan een Cartesische vergelijking voor het vlak V_1 door de hoekpunten van Δ_1 komt. Ter controle van je antwoord geven we hier een mogelijke oplossing: $V_1 : -5x_1 + 6x_3 = 31$. *(2 punten)*

c) Gegeven: de lijn l die je bij (a) hebt bepaald snijdt het vlak V_1 in het punt $q_1 = (\frac{11}{5}, \frac{11}{5}, 7)$. Met deze wetenschap kun je eventueel je antwoord bij (a) controleren. *(0 punten)*

d) Het vlak V_2 door de hoekpunten van $Delta_2$ heeft als mogelijke Cartesische vergelijking $V_2 : x_1 + x_3 = 7$. Bereken het snijpunt q_2 van dit vlak met de lijn l die je bij (a) hebt bepaald. Ter controle: de coördinaten van q_2 zijn alle drie natuurlijke getallen tussen nul en tien. *(1.5 punt)*

e) Gegeven: q_1 ligt in Δ_1 en q_2 ligt in Δ_2, ofwel: de lijn l snijdt beide driehoeken. Sterker nog: dat geldt niet alleen voor de lijn door het COP en het middelpunt van pixel $p_{i,j}$, maar ook voor de *straal* (ofwel: half-lijn) vanuit het COP door het middelpunt van pixel $p_{i,j}$. Bepaal nu de kleur van pixel $p_{i,j}$, en licht je antwoord toe (geen toelichting → geen punten). *(1 punt)*

f) Als we op bovenstaande manier de kleur voor elke pixel bepalen, hebben we dan te maken met een *lokale* of *globale* methode? Licht wederom je antwoord toe. *(1 punt)*

g) Op wat voor manier lost deze methode de radiance equation op? Met andere woorden: wat blijft er over van de radiance equation? *(1 punt)*

Opgave 2. Affiene transformaties in 3D

De punten $p_1 = (1, 0, 0)$, $p_2 = (0, 1, 0)$, en $p_3 = (2, -1, 3)$ definiëren een vlak V in $\mathbb{R}^3$. We willen de matrix bepalen voor spiegeling in dit vlak.

a) Is de matrix voor deze transformatie een 3×3- of een 4×4-matrix? Licht je antwoord toe. *(1 punt)*

b) Leg uit hoe je gemakkelijk alle kolommen van de gezochte matrix bepaalt (of de rijen van de matrix, wanneer je de voorkeur geeft aan de notatie van het boek). *(1 punt)*

c) Geef de gezochte matrix. *(1.5 punt)*

d) De drie gegeven punten worden met deze spiegeling op zichzelf afgebeeld. Dat is niet verrassend, maar met deze wetenschap kun je je antwoord bij (c) controleren (al is deze controle uiteraard niet waterdicht: er zijn meerdere transformaties die deze punten op zichzelf afbeelden). *(0 punten)*