Toets 1 Graphics
Maandag 16 september 2002, 11:00 – 13:00

Deze toets bestaat uit vier vragen met in totaal negen subvragen. Schrijf op ieder antwoordvel je naam en collegekaartnummer. Bij deze toets mogen boek en aantekeningen *niet* gebruikt worden. Ga er bij matrixoperaties vanuit dat wanneer we een matrix op een vector loslaten, dat we dan de vector als *kolomvector* rechts van de matrix schrijven (zoals in opgave 1b). Met andere woorden: we hanteren de manier die je van Lineaire Algebra bent gewend, en niet de manier die in het boek staat.

Antwoorden op de vragen verschijnen in de loop van de dag op de website van Graphics. Succes!

1 Affine transformaties in 2D

(a) **[1.5 pt]** Door de punten $(-2,-1)$ en $(-1,-2) \in \mathbb{R}^2$ gaat een lijn l. Geef de transformatiematrix S_l voor spiegeling in l. Leg uit hoe je aan je antwoord komt.

(b) **[1 pt]** Er is een verzameling L van punten die door S_l op zichzelf worden afgebeeld. Welke punten zijn dit? Controleer nu je antwoord bij (a) door aan te tonen dat $S_l \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix}$ voor *alle* punten $(p_1, p_2) \in L$.

2 Affine transformaties in 3D

(a) **[1.5 pt]** De punten $p_1 = (1,0,0)$, $p_2 = (0,1,0)$, en $p_3 = (2,-1,3)$ definieren een vlak V in $\mathbb{R}^3$. Geef aan hoe je met een serie van transformaties de matrix S_V voor spiegeling in V kunt bepalen.

Je hoeft niet de matrices voor de transformaties of de uiteindelijke matrix S_V te geven; je kunt volstaan met het noemen van de juiste combinatie van rotaties om hoofdassen (geef de assen en de hoeken waarover je roteert), translaties (geef de translatievector), en spiegelingen in hoofdvlakken (dwz het XY-, XZ- of YZ-vlak; geef het vlak). Geef S_V weer als een vermenigvuldiging van matrices.

(b) **[1 pt]** Kwik, Kwek en Kwak hebben de volgende matrices gevonden voor de transformatie genoemd bij (a):

Kwik: $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ Kwek: $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ Kwak: $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Slechts één van hen heeft de goede matrix gevonden. Wie? Leg uit hoe je tot je antwoord komt.

1

3 Normaalvectoren

(a) **[1 pt]** De punten $p_1 = (1,0,0)$, $p_2 = (0,1,0)$, en $p_3 = (2,-1,3)$ definieren een vlak V in $\mathbb{R}^3$. Geef een *genormaliseerde* normaalvector van dit vlak.

(b) **[1 pt]** We gaan een plaatje berekenen met behulp van *ray casting*, zoals beschreven staat in hoofdstuk 5 van het boek[1]. Daarbij schieten we een straal r vanuit het COP door een scene pixel. Het eerste object dat we raken is de bol B met middelpunt $(2,3,-8)$ en straal 3. De straal r snijdt de bol B in de punten p en p'. Het punt p met coordinaten $(3,5,-6)$ is het eerste punt op het oppervlak van B dat vanuit het COP geraakt wordt door r.

Bereken de *genormaliseerde, naar buiten gerichte* normaalvector van het oppervlak van B in het punt p.

4 De radiance equation

(a) **[1 pt]** Geef de radiance equation zoals die in hoofdstuk 3 van het boek[1] wordt uitgewerkt, en leg alle termen daarin uit.

(b) **[1 pt]** Hoofdstuk 3 van het boek eindigt met het bespreken van verschillende benaderingen voor het oplossen van de radiance equation. Daarbij worden oplossingen op twee verschillende manieren onderscheiden. Geef die twee manieren van onderscheiden en leg ze uit.

(c) **[1 pt]** Hoofdstuk 5 van het boek bespreekt een eenvoudig camera-model, waarbij lichtbronnen buiten beschouwing gelaten worden. Hoe ziet de (vereenvoudigde) radiance equation er uit voor dat model?

[1] *Computer Graphics and Virtual Environments*, Slater et al.

2