Departement Informatica en Informatiekunde, Faculteit Bètawetenschappen, UU.
In elektronische vorm beschikbaar gemaakt door de TBC van A–Eskwadraat.
Het college INFOSIM werd in 2003-2004 gegeven door Dr. Ir. J. M. van den Akker.

Uitwerking[1] Uitwerking Simulaties (INFOSIM)
14 november 2003

Opgave 1

Hiervoor maken we gebruik van de slide uit college 3. De systeembeschrijving en de input verdelingen staan al in de opgave. In principe zijn er op sommige punten meerdere mogelijkheden (bijvoorbeeld meer of minder events gebruiken), dus de hier gegeven uitwerking is zeker niet de enige correcte.
Toestand:

- aantal bezette frontplaatsen
- aantal bezette achterlinie-plaatsen
- voor elke bezette frontplaats: aankomsttijd in systeem van de trein op deze plaats, onderhoud klaar of niet
- voor elke bezette achterlinie-plaats: aankomsttijd in het systeem van de trein op deze plaats
- aantal treinen in de queue, treinen in de queue met hun aankomsttijden

Events:

- Aankomst trein
- Einde onderhoud
- Vertrek trein

Aannamen:
Hiermee kun je veel kanten op. Het ligt voor de hand om aan te nemen dat de rijtijd tussen het rangeerterrein en de sporen 0 is. Verder iets over de de keuze van een achterlinie plaats als alle frontplaatsen vol zijn, bijv. kies de achterlinieplaats waarvan de frontlinieplaats al het langst bezet is. (overigens iedereen die ook maar iets opmerkte over aannamen kreeg punten).

Performance measures:

- De gemiddelde verblijftijd van een trein op het terrein wordt als volgt berekend. Als een trein vertrekt is zijn verblijftijd bekend: het is namelijk het verschil tussen de huidige tijd en de aankomsttijd. Houd de totale verblijftijd bij door bij ieder `Vertrek`-event de verblijftijd van de trein bij de totale verblijftijd op te tellen. Houd ook het totaal aantal vertrokken trein bij. Aan het eind van de simulatie moet je deze getallen op elkaar delen.
- Het gemiddelde aantal onderhoudsploegen dat bezig is wordt als volgt berekend. Stel jezelf een grafiek voor met op de x-as de tijd en de y-as het aantal 'bezige' onderhoudsploegen. Dit is een soort trap, waarbij de sprongen bij de events zitten. Je moet nu de oppervlakte onder de grafiek berekenen en die aan het eind van de simulatie door de totale tijd delen. De oppervlakte kun je berekenen door bij elke event $(t_{\text{huidig}} - t_{\text{vorigevent}})*$ (aantal monteurs in deze periode) op te tellen bij de totale oppervlakte tot dan toe.
- De kans dat een trein moet wachten bereken je door het aantal treinen dat moest wachten te delen door het totaal aantal treinen. Het aantal treinen dat moet wachten kun je bijhouden door dit met 1 te verhogen als bij een `Aankomst`-event een trein in de queue wordt gezet, het totaal aantal treinen verhoog je altijd bij een `Aankomst`-event.

[1]Deze uitwerkingen zijn met de grootste zorg gemaakt. In geval van fouten kan de TBC niet verantwoordelijk worden gesteld, maar wordt zij wel graag op de hoogte gesteld: `tbc@a-eskwadraat.nl`

Event-handlers:
`Aankomst:`
Schedule `Aankomst` over tijd t waarbij t gegenereerd uit $exp(\lambda)$.
Als frontplaats vrij, zet trein op frontplaats en schedule `Einde onderhoud` over tijd t waarbij t gegenereerd uit $2-Erlang(\beta)$.
Als achterlinieplaats vrij en alle frontplaatsen bezet, zet trein op achterlinieplaats bij frontlinieplaats die al het langste bezet is en schedule `Einde onderhoud` over tijd t waarbij t gegenereerd uit $2-Erlang(\beta)$.
Als geen plaatsen vrij zet trein in queue op rangeerterrein

`Einde onderhoud:`
Als trein op achterlinie plaats schedule `Vertrek` direct.
Als trein op frontplaats en bijbehorende achterlinieplaats vrij schedule `Vertrek` direct
Als trein op frontplaats en bijbehorende achterlinieplaats bezet zet voor deze trein onderhoud op voltooid

`Vertrek:`
Geval 1: van achterlinieplaats:
Als onderhoud van trein op bijbehorende frontplaats voltooid is, schedule `Vertrek` direct voor deze trein (het vertrek van de trein op de frontplaats zorgt er nu voor dat er nieuwe treinen uit de queue worden gehaald)
Als onderhoud van trein op bijbehorende frontplaats niet voltooid is, en als er een trein in de queue is, zet deze op achterlinieplaats en schedule `Einde onderhoud` over tijd t waarbij t gegenereerd uit $2-Erlang(\beta)$.
Geval 2: van frontplaats: (de bijbehorende achterlinieplaats is nu vrij)
Als trein in queue zet deze op frontplaats en schedule `Einde onderhoud`, over tijd t waarbij t gegenereerd uit $2-Erlang(\beta)$. Als er hierna nog een trein in queue, zet deze op bijbehorende achterlinieplaats en schedule `Einde onderhoud` over tijd t waarbij t gegenereerd uit $2-Erlang(\beta)$.

`NB:` Bij elk event wordt de toestand aangepast aan de nieuwe situatie. Het berekenen van de performance measures gebeurt natuurlijk ook in de event-handlers maar dit hebben we hier apart beschreven.

Opgave 2

a) Validatie is nagaan of je simulatie-model overeenkomt met de werkelijkheid voor wat betreft de doelstelling van de simulatie, verficatie is nagaan of de implementatie van je simulatie correct is.

b) Validatie technieken:

- Informatie verzamelen (experts, echt systeem, theorie)
- Interactie met het management
- Assumptions document bijhouden
- Kwantitatieve validatie van componenten
- Validatie van output
- Animatie

Dit is een algemene indeling. In het boek staan veel meer details. Voor elke categorie waaruit wat genoemd was een punt te verdienen.

Opgave 3

a) $\bar{X}(5) = 7.12$
Dit is een schatter voor het gemiddelde.

$$S^2(5) = \frac{\sum_{i=1}^{5}(x_i - \bar{X}(5))^2}{4} = \frac{2.888}{4} = 0.722$$

Dit is een schatter voor de variantie. Het betrouwbaarheidsinterval is als volgt:

$$\bar{X}(5) \pm t_{4,0.975}\sqrt{\frac{S^2(5)}{5}} = 7.12 \pm 2.776\sqrt{\frac{0.722}{5}} = 7.12 \pm 1.054 = [6.066, 8.174].$$

Dit geeft aan dat het daadwerkelijke gemiddelde uit de waarnemingen met kan 95% in dit interval ligt.

b) De dubbel-exponentiële (Laplace) verdeling heeft kansdichtheid:

$$f(x) = 0.5e^{-|x|} = \begin{cases} 0.5e^{-x} & \text{als} \quad x \geq 0 \\ 0.5e^{x} & \text{als} \quad x < 0 \end{cases}$$

Je kunt hier gebruik maken van de zogenaamde compositie-techniek. Dit is precies voorbeeld 8.3 op pag. 449 van het boek.

c)

$$E(X) = \int xf(x)dx = \int_0^3 \frac{2}{9}x^2 dx = \{\frac{2}{9}\frac{1}{3}x^3|_0^3 = 2$$

$$E(X^2) = \int x^2 f(x)dx = \int_0^3 \frac{2}{9}x^3 dx = \{\frac{2}{9}\frac{1}{4}x^4|_0^3 = \frac{9}{2}$$

$$var(X) = E(X^2) - (E(X))^2 = \frac{9}{2} - 4 = \frac{1}{2}$$

Opgave 4

a) We hebben hier te maken met een M M 1 wachtrij. We berekenen eerst de bezettingsgraad ρ. De aankomstintensiteit is λ is 250 per minuut. Omdat de gemiddelde lengte van een bericht 200 karakters is, duurt het verzenden van een bericht gemiddeld 0.2 seconde. De capaciteit μ is dus $5 \times 60 = 300$ berichten per minuut. Hieruit volgt:

$$\rho = \frac{250}{300} = \frac{5}{6}$$

Voor het gemiddelde aantal berichten is het syteem geldt:

$$L = \frac{\rho}{1-\rho} = 5$$

Uit de formule van Little $L = \lambda W$ volgt nu de gemiddelde verblijftijd W:

$$W = \frac{L}{\lambda} = \frac{5}{250} = 0.02\text{minuut} = 1.2\text{sec.}$$

De gemiddelde wachtijd W_q is gelijk aan:

$$W_q = W - \text{gem. verzendtijd} = W - 0.2 = 1\text{sec.}$$

b) We zoeken hier de fractie van de tijd waarin er 11 of meer berichten in het systeem aanwezig zijn. De fractie van de tijd p_i waarin i berichten in het syteem aanwezig zijn is $(1-\rho)\rho^i$. Dus het antwoord is

$$\sum_{i=11}^{\infty}(1-\rho)\rho^i$$