

3a. f is uniform continu op $(0, N]$ als
 $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0$ zodat $\forall x, y \in (0, N]$ met
 $|x - y| < \delta$ zodat $|x^2 - y^2| < \varepsilon$. Merk op dat geldt
 $|x^2 - y^2| = |x - y| |x + y| < \delta \cdot 2N$. Ik maak gebruik
dat $x \neq y$ en dat $|x + y| < 2N$.

* Bewijs. Zij $\varepsilon > 0$, kies $\delta = \frac{\varepsilon}{2N}$. Dan $\forall x, y \in (0, N]$
met $|x - y| < \delta$, geeft dit $|x^2 - y^2| = |x - y| |x + y|$
 $< \delta \cdot 2N = \varepsilon$. □

3b. Stel dat $f(x) = x^2$ op $(0, \infty)$ wel uniform continu is.
dan zou er een δ bestaan zodat $|x - y| < \delta$ waaruit volgt
 $|x^2 - y^2| < \varepsilon$. Stel iemand geeft je $\varepsilon = 1$. Merk op
dat x en y afhankelijk zijn van δ . Kies $|x - y| = \frac{\delta}{2} < \delta$
zodat $y = x + \frac{\delta}{2}$. En $|f(x) - f(y)| = |x^2 - y^2| =$
 $|x^2 - (x^2 + x\delta + (\frac{\delta}{2})^2)| = |x\delta + \frac{\delta^2}{4}|$. Merk op dat met
de archimedische eigenschap er een x bestaat zodat
 $\delta x > 1$. Dus is er een contradictie. □