

**Tussentoets Speciale Relativiteitstheorie 2015**

- 1) Schrijf je naam en studentenummer op je oplossingsblad.
- 2) Schrijf duidelijk en leesbaar, zonder gekrabbel. Onleesbaar handschrift kan niet nagekeken worden. Structureer je antwoord goed.
- 3) Er zijn twee opgaven. Het resultaat telt mee voor 10% van het eindcijfer.

**Formularium**

Bij deze opgaven veronderstellen we steeds twee inertiaalwaarnemers  $O$  en  $O'$  met gesynchroniseerde klokken. Waarnemer  $O'$  beweegt met constante snelheid  $v$  ten opzichte van  $O$  in de (positieve)  $x$ -richting. Zoals steeds is  $c$  de lichtsnelheid, afgerond  $c = 3 \times 10^5 \text{ km/s}$ . Een lichtjaar is de afstand die het licht aflegt in 1 jaar. Verder noteren we  $\beta \equiv v/c$ , en als  $\Delta t$  de eigentijd is tussen twee gebeurtenissen, is de tijdsdilatatie tussen inertiaalwaarnemers  $O$  en  $O'$ , gegeven door

$$\Delta t' = \gamma \Delta t, \quad \gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (1)$$

De lengte-contractie wordt gegeven door  $L' = L/\gamma$ , waarbij  $L$  de rustlengte is.

**1. Astronaut [4 punten]**

Een astronaut wil in 1 jaar (volgens zijn eigen tijdrekening) een ster bereiken die op een afstand (bij vertrek op aarde) van 5 lichtjaren staat. Neem als lengte-eenheid lichtjaar en als tijdseenheid jaar.

- a) Welke waarde heeft de lichtsnelheid  $c$  in deze eenheden ?
- b) Bereken welke snelheid zijn ruimteschip dan moet hebben.
- c) Hoe lang duurt de reis volgens de aardse tijdrekening ?

## 2. Muon [6 punten]

Een muon is een instabiel elementair deeltje, dat *in rust* een (gemiddelde) levensduur van  $\tau_0 = \sqrt{5} \times 10^{-6}$  seconde heeft<sup>1</sup>. Veronderstel nu dat een muon met snelheid  $v$  in een laboratorium (stelsel  $O$ ) een buis van lengte  $L = 600$  meter doorloopt voordat het vervalt. De gemiddelde levensduur gemeten in het laboratoriumstelsel noteren we met  $\tau$ .

- Teken het ruimtetijd diagram in het laboratoriumstelsel (stelsel  $O$ ) en in het ruststelsel van het muon (stelsel  $O'$ ). Teken hierbij de wereldlijnen van het muon en de buis.
- Gebruik het gegeven dat, gemiddeld, het muon precies in een tijd  $\tau$  de buis van 600 meter doorloopt om  $v/c$  te berekenen. Toon aan dat

$$\frac{v}{c} = \frac{2}{3}. \quad (2)$$

- Wat is de lengte van de buis gemeten in het stelsel van het muon ?

---

<sup>1</sup>Dit is ietwat benaderd:  $\sqrt{5} \approx 2,236$ , terwijl de echte gemiddelde levensduur  $\tau_0 \approx 2,196 \times 10^{-6}$  seconde is.