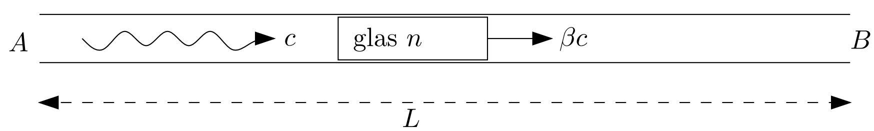
JULIUS INSTITUUT, FACULTEIT NATUUR- EN STERRENKUNDE, UU.
IN ELEKTRONISCHE VORM BESCHIKBAAR GEMAAKT DOOR DE TBC VAN A–Eskwadraat.
HET COLLEGE NS-101B WERD IN 2003/2004 GEGEVEN DOOR DR. G.A.P. ENGELBERTINK.

Relativiteitstheorie (NS-101b)
10 november 2003

Opgave 1

Tussen de punten A en B van een lange vacuümbuis beweegt een cilinder van glas met eigenlengte d_0 en brekingsindex n (waarbij $n \geq 1$). De afstand tussen A en B is L en de snelheid van de cilinder is βc. Een lichtsignaal vertrekt vanuit A, doorkruist de bewegende glascilinder en arriveert in B. De snelheid van het licht in *glas in rust* bedraagt $\frac{c}{n}$. In het stelsel S van de vacuümbuis geven we de reistijd voor het licht van A naar B aan met T.



a) Hoe groot is T voor $n = 1$?
   Hoe groot is T voor $\beta = 0$?

In stelsel S vertrekt op een zeker tijdstip $t_A > 0$ vanuit de oorsprong $A(x_A = 0)$ het lichtsignaal, dat de achterkant van de bewegende glascilinder treft op tijdstip t_{in}, ter plaatse x_{in}, en enige tijd later de bewegende cilinder aan de voorkant verlaat op tijdstip t_{uit}, ter plaatse x_{uit}. Het lichtsignaal arriveert op tijdstip t_B in punt B met $x_B = L$. De situatie is zodanig dat $t_{\text{uit}} < t_B$.

We willen de reistijd $T = t_B - t_A$ van het lichtsignaal bepalen, uitgedrukt in L, c, d_0, n en β.
Het stelsel S' is het ruststelsel van de glascilinder, met de achterkant van de cilinder als oorsprong van S'. De oorsprongen van S' en S passeren elkaar op $t' = 0 = t$.
In stelsel S' gaat het lichtsignaal de cilinder binnen op t'_{in}, ter plaatse $x'_{\text{in}} = 0$, en verlaat het de cilinder op t'_{uit}, ter plaatse $x'_{\text{uit}} = d_0$

b) Bepaal zonder rekenwerk de grootte van $(t'_{\text{uit}} - t'\text{in})$ in stelsel S'.

c) Geef via Lorentztransformaties uitdrukkingen voor $x_{\text{in}}, t_{\text{in}}$ en $x_{\text{uit}}, t_{\text{uit}}$ om aan te tonen dat

$$t_{\text{uit}} - t_{\text{in}} = \frac{nd_0}{c}\gamma\left(1 + \frac{\beta}{n}\right).$$

d) Bepaal de grootheid

$$\frac{x_{\text{uit}} - x_{\text{in}}}{t_{\text{uit}} - t_{\text{in}}},$$

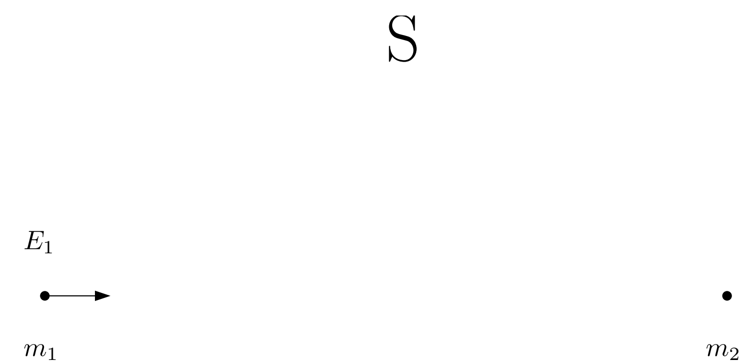
   i.e. in S de snelheid van het licht in de bewegende glascilinder. Verifieer dit resultaat met de relativistische som van $\frac{c}{n}$ en βc.

e) Leid tenslotte af dat de reistijd T gegeven wordt door

$$T = \frac{L}{c} + (n-1)\frac{d_0}{c}\sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}.$$

Opgave 2. Totale energie in nul-impuls stelsel

In het laboratoriumstelsel S botst het deeltje met massa m_1 en energie E_1 met het stilstaande deeltje met massa m_2.



Bij deze botsing wordt (eventueel willekeurig kortstondig) het complex met massa M gevormd, dat dan met snelheid $\beta_M c$ in dezelfde richting als m_1 beweegt.

a) Bereken de massa M en de snelheid $\beta_M c$ van dit complex, uitgedrukt in m_1, m_2 en E_1 (of γ_1 en β_1).

   [Aanwijzing: $E^2 = (mc^2)^2 + (pc)^2$ en $pc = \beta E$]

b) Bovenstaande botsing beschouwen we nu in het **nul-impuls** stelsel S*.

   Beantwoord nu met behulp van a), zonder rekenwerk (maar *met* toelichting) de volgende vier vragen.

   1. Hoe groot is de snelheid van S* t.o.v. S?
   2. Hoe groot is in S* de totale energie van het systeem?
   3. Zijn m_1 en m_2 in S en S* wel hetzelfde?
   4. Is de waarde van "de totale energie in S*" Lorentz-invariant?

c) Hoe groot zijn in S* de snelheid en de energie van m_2, uitgedrukt in m_1, m_2 en E_1?