

Elektromagnetisme (NS-103b)

2 juli 2003

Opgave 1

Een proton uit een deeltjesversneller, met een kinetische energie van enkele MeV, is gericht op het centrum van een uraniumkern. Het proton heeft echter te weinig energie om tot de kern door te dringen. Het komt niet verder dan het punt van dichtste nadering, 60 fm vanaf het centrum van de kern en keert dan op zijn weg terug.

De uraniumkern kunnen we opvatten als een massieve *homogeen geladen* bol met een straal van 10 fm en een totale lading van 92 e. (1 fm = 10^{-15} m, $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C en $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9$ in S.I. eenheden)

- Hoe groot is het punt van dichtste nadering tot de potentiaal? (10 punten)
- Met hoeveel MeV aan kinetische energie verliet het proton de versneller? (6 punten)

Opgave 2

Een platte cilindrische doos bestaat uit een bodem en een deksel van metaal met daartussen een mantel van isolerend materiaal. Bodem en deksel hebben ieder een oppervlak A en hun onderlinge afstand is d , met $d \ll \sqrt{A}$. In de doos heerst een vacuüm met permittiviteit ϵ_0 en de capaciteit bedraagt dus $C_0 = \epsilon_0 \frac{A}{d}$.

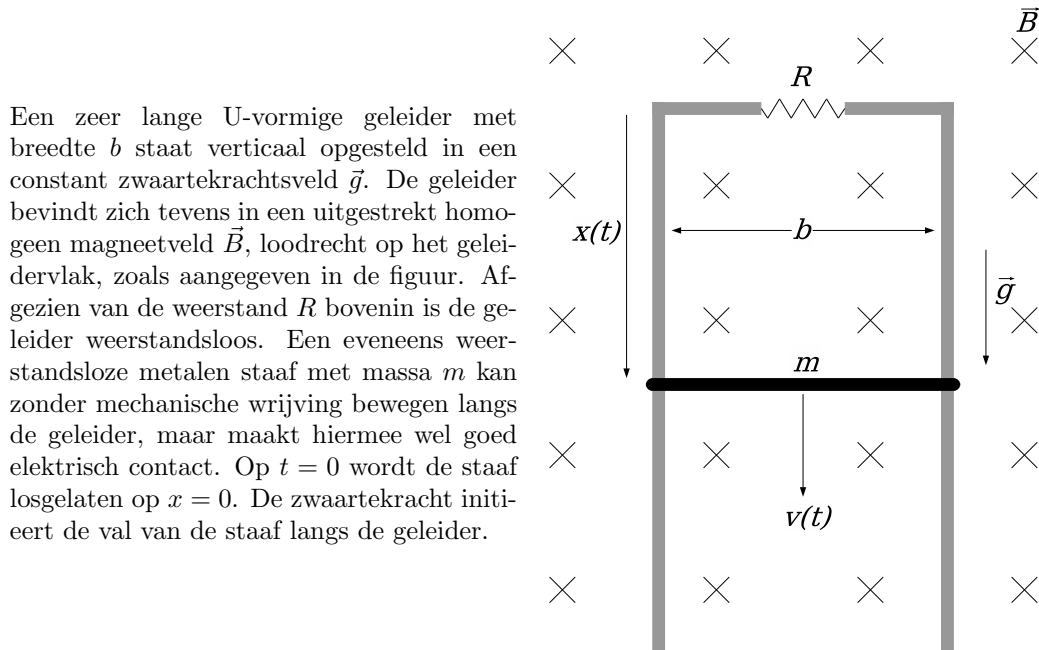
- De doos, met de bodem horizontaal, wordt nu voor de helft gevuld met *vloeibare* olie met diëlektrische constante $K > 1$. De capaciteit bedraagt nu C_1 . Druk C_1 uit in C_0 en K . (9 punten)
- De doos wordt vervolgens een kwartslag gekanteld zodat de bodem een verticale stand krijgt. Nadat de olie tot rust is gekomen, bedraagt de capaciteit C_2 . Druk C_2 uit in C_0 en K . (9 punten)
- Bereken welke capaciteit, C_1 of C_2 , de grootste is en hoe dit afhangt van de waarde van K . (8 punten)

Opgave 3

Een zeer lange geleider met cirkelvormige doorsnede (straal R) is gericht langs de z -as. Binnen de geleider is de stroomdichtheid \vec{j} niet homogeen maar afhankelijk van de afstand r tot de as volgens $\vec{j}(r) = j_0 \frac{r}{R} \hat{z}$.

- Wat is de dimensie van de constante j_0 en hoe groot is de totale stroom door de geleider, uitgedrukt in j_0 en R ? (7 punten)
- Bepaal de grootte van het magneetveld $B(r)$ buiten de geleider. (7 punten)
- Bereken de grootte van $B(r)$ als functie van r binnen de geleider.
Toon aan dat met $\alpha \geq 1$ het magneetveld op afstand αR tot de as even groot is als op afstand $\frac{R}{\sqrt{\alpha}}$. (10 punten)

Opgave 4



- Op tijdstip t bevindt de staaf zich ter plaatse $x(t)$ met snelheid $v(t)$. Hoe groot is op dat moment de inductiestroom $I_{\text{ind}}(t)$ door de weerstand R , uitgedrukt in B, b, R en $v(t)$?
Loopt I_{ind} in de kring met de wijzers van de klok mee of er juist tegenin? (6 punten)
- Ofschoon er geen mechanische wrijving is, wordt de staaf in zijn val geremd. Welke kracht F_{rem} is hiervoor verantwoordelijk en hoe groot is deze? Heeft F_{rem} een constante waarde? (6 punten)
- Toon aan dat bij toenemende snelheid er op een gegeven moment een situatie ontstaat waarin de *nettokracht* op de staaf nul is. Bereken de eindsnelheid v_{eind} van de staaf, uitgedrukt in B, b, R, m en g . (6 punten)
- Wanneer de staaf met constante eindsnelheid beweegt, dan levert de zwaartekracht een vermogen op van mgv_{eind} . Leidt voor deze situatie expliciet af het elektrisch vermogen gedissipeerd in de weerstand R . Is er overeenstemming? (6 punten)

Wanneer de staaf de eindsnelheid nog niet heeft bereikt, wordt de nettokracht op de staaf gegeven door $F_{\text{netto}} = mg - F_{\text{rem}}$ en wordt de snelheid $v(t)$ van de staaf beschreven door een differentiaalvergelijking.

- Geef deze differentiaalvergelijking. Verifieer dat de oplossing hiervan gegeven wordt door $v(t) = v_{\text{eind}}(1 - e^{-\frac{t}{T}})$, met T als karakteristieke tijd.
Druk T uit in B, b, R en m . Wat is het verband tussen v_{eind} , g en T ? (10 punten)