

Uitwerking¹ Hertentamen Electromagnetisme (NS-103b) 10 juli 2006

Opgave 1

- a) Ieder vlak dat opgespannen wordt door de as van de cilinders is een symmetrievlak, dus de tangentiële component van het veld is nul. Ieder vlak loodrecht op de as is een symmetrievlak, dus de component parallel aan de as is nul. Er blijft dus alleen een radiële component over.
- b) Neem als Gauss-oppervlak een cilindervormig doosje gecentreerd rond de as. Flux door ‘bodemp’ en ‘deksel’ is nul (veld parallel aan vlak). Veld door zijwand staat loodrecht en is overall gelijk, dus $EA = Q_{encl}$. Voor het gebied $r > R_2$ geldt dus $E = 0$, idem voor $r < R_1$. Voor $R_1 < r < R_2$ geldt $E2\pi rl = \frac{\lambda l}{\epsilon_0}$ oftewel $E = \frac{\lambda}{2\pi r \epsilon_0}$. De lading op de binnencilinder zit aan de buitenkant en de lading op de buitencilinder zit aan de binnenkant (dat volgt uit het feit dat het veld binnen de geleider nul is in combinatie met de wet van Gauss).
- c) De positieve (=buiten) cilinder heeft de hoogste potentiaal. Het potentiaalverschil bedraagt:

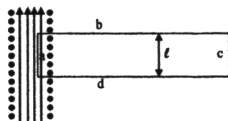
$$V = \int_{R_1}^{R_2} -E dr = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{R_1}{R_2}.$$
- d) $C = \frac{Q}{V} = \frac{\lambda l}{V}$, per lengte-eenheid wordt dat: $\frac{C}{l} = \frac{\lambda}{V} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln R_1/R_2}$.
- e) $U = \frac{1}{2}CV^2$, per lengte-eenheid wordt dat; $\frac{U}{l} = \frac{1}{2} \frac{C}{l} V^2 = \frac{1}{2} \lambda V = \frac{1}{2} \frac{\lambda^2}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{R_1}{R_2}$.

Opgave 2

- a) Dit kan met Lorentzkracht of met fluxverandering; hier de oplossing met fluxverandering: de B-flux door d ekring is naar links gericht en neemt toe. De geïnduceerde EMK werkt dat tegen, en heeft dus een omloopszin tegen d eklok in (van boven bekeken), de grootte van de stroom is $I = \mathcal{E}_{ind}/R = \frac{d\Phi_B}{dt} \frac{1}{R} = \frac{Blv \cos \theta}{R}$.
- b) De stroom staat loodrecht op het veld. De Lorentzkracht op de staaf is loodrecht omhoog-gericht en $F_l = IlB = \frac{B^2 l^2 v \cos \theta}{R}$. De eindsnelheid is bereikt zodra: $\vec{F}_z + \vec{F}_l = 0$, oftewel: $mg = \frac{B^2 l^2 v \cos \theta}{R}$. Dus: $v_{eind} = \frac{mgR}{B^2 l^2 \cos \theta}$ de verticale component van de snelheid is $v \cos \theta$, en daarvoor geldt: $v_{eind} \cos \theta = \frac{mgR}{B^2 l^2}$, dus deze is niet afhankelijk van θ .
- c) $P = I^2 R = \frac{m^2 g^2 R}{B^2 l^2}$

Opgave 3

- a) Ieder vlak loodrecht op de as is een symmetrievlak, dus het veld staat daar loodrecht op.

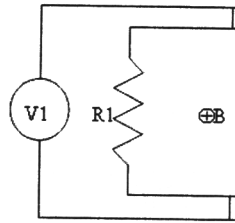


¹Deze uitwerkingen zijn met de grootste zorg gemaakt. In geval van fouten kan de \mathcal{TBC} niet verantwoordelijk worden gesteld, maar wordt zij wel graag op de hoogte gesteld: tbc@a-eskwadraat.nl

- b) Kies Ampère-lus met c op zeer grote afstand (zie figuur). Op lijnstuk b en d staat het veld loodrecht op het pad, dus is het uitproduct nul. In oneindig nadert het B-veld tot nul (vgl. veld van een oneindige rechte stroomdraad, of ook: het veld van één stroomwinding (magnetische dipool valt af als $1/r^3$, dus de bijdrage c is ook nul. Op lijnstuk a loopt het veld parallel met het pad. De omvatte stroom bedraagt: Il_n , dus $B_l = \mu_0 Il_n$, $B = \mu_0 Il_n$. Verschuiven van lijnstuk a binnen de spoel heeft geen effect, dus in de spoel is het veld overal gelijk. Verschuiven van lijnstuk heeft ook geen effect, dus buiten de spoel geldt overal $B = 0$.
- c) $L = \frac{N\Phi_B}{I}$, $\Phi_B = BA = \mu_0 In\pi r^2$, $N = nl$, $L = \pi\mu l r^2 n^2$
- d) Dan is alleen de Ohmse weerstand van de spoel van belang: dus $I = V/R_L$
- e) De stroom loopt nog een tijdje door in de richting waarin die liep: met de klok mee. Met Kirchhof geldt: $-i(R + R_L) - L\frac{di}{dt} = 0$, dat levert $i = I_0 \exp(-((R + R_L)/L)t)$, met $I_0 = V/R_L$.

Opgave 4

- a) De flux het papier in neemt toe. De geïnduceerde EMK werkt de efluxverandering tegen, en is dus tegen de klok in gericht. Dus ook I tegen de klok in. $\mathcal{E}_i n d = \frac{d\Phi_B}{dt} = A \frac{dB}{dt} = A \frac{d(kt)}{dt} = Ak = 0.1V$. De totale weerstand bedraagt 5Ω , en de stroom wordt dus: $i = V/R = 0.02 [A]$



- b) Neem eerst V_1 . het B-veld in het gebied tussen R_1 en voltmeter V_1 is 0. In die kring wordt dus geen EMK geïnduceerd. Nu maasregel van Kirchof toepassen. Definieer omloopszin met de klok mee. Dan geldt: $-R_1 I + V_1 = 0$, dus $V_1 = R_1 I = 3 \times 0.02 = 0.06V$. Voor de 2^e voltmeter geldt 9omloopszin weer met de klok mee): $-R_2 I - V_2 = 0$, dus $V_2 = -R_2 I = 2 \times 0.02 = 0.04V$.