

Electromagnetisme (NS-103B)

21 april 2006

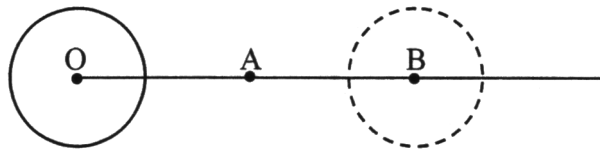
Geen rekenmachine, geen open boek en geen formuleblad.

Geef, overal waar dat van toepassing is, aan hoe u gebruik maakt van symmetrie om de richting van het veld te bepalen, op grond van welke overwegingen u intergratiepaden en oppervlakken kiest, en waardoor toegepaste vereenvoudigingen (integralen, vectorproducten, reeksontwikkelingen etc.) gerechtvaardigd zijn.

Opgave 1

Een massieve bol (straal R) met een positieve homogene ruimteladingsdichtheid bevindt zich in de oorsprong O .

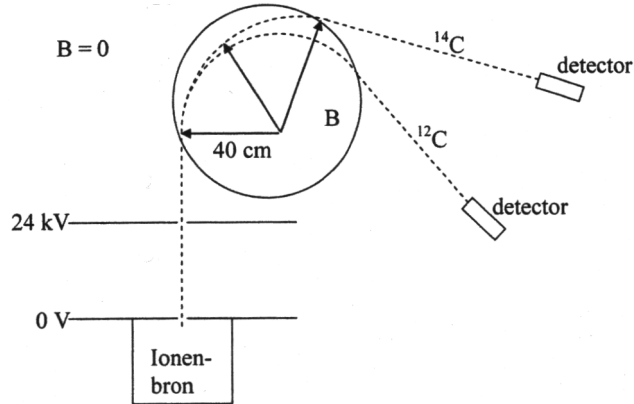
- Leid een uitdrukking af voor de elektrische veldsterkte ten gevolge van deze ladingsconfiguratie, zowel binnen als buiten de bol. *(8 punten)*
- Leid een uitdrukking af voor de potentiaal ten gevolge van deze ladingsverdeling, zowel binnen als buiten de bol. *(8 punten)*



In punt B plaatsen we een ongeladen holle geleidende bol van gelijke grootte.

- Wordt de veldsterkte in A door deze ingreep groter, kleiner of blijft deze gelijk en waarom? Hoe verandert de veldsterkte in punt B, waarom? Schets het veldlijnenpatroon. Let daarbij vooral op een juiste weergave dicht in de buurt van B en op zeer grote afstand van beide bollen. Licht, indien nodig, de belangrijkste kenmerken van uw tekening toe. *(10 punten)*

Opgave 2



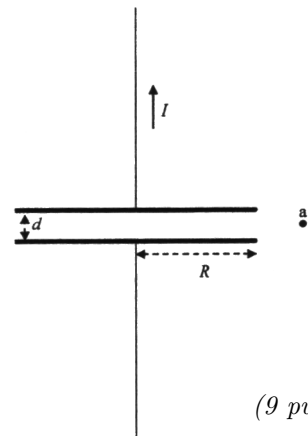
Koolstofhoudend materiaal is vaak te dateren door de verhouding te bepalen van de hoeveelheden ^{14}C (halveringstijd ongeveer 6000 jaar, massa $m = 14\text{u}$) en ^{12}C (stabiel, massa $m = 12\text{u}$). Een zeer klein koolstofsamplje wordt daartoe in de ionenbron omgezet in eenwaardig negatieve ionen $^{14}\text{C}^-$ en $^{12}\text{C}^-$, die daarna worden versneld. Vervolgens vindt massa-selectie plaats met behulp van een magneet. Tenslotte bereiken de $^{14}\text{C}^-$ en $^{12}\text{C}^-$ -ionen de detectoren die hun aantallen bepalen. De versnelling van de ionen vindt plaats over een potentiaalverschil $V = 24\text{kV}$ en de magneet heeft over een cirkelvormig gebied een homogeen \vec{B} -veld, loodrecht op het vlak van tekening; buiten de cirkel geldt $\vec{B} = 0$. De versneller is zo afgesteld dat $^{14}\text{C}^-$ -ionen afgebogen worden met een kromtestraal $R = 40\text{cm}$, zie de figuur, waarin de stippellijn het traject van de ionen aangeeft.

- Leid een uitdrukking af voor de kromtestraal als functie van de versnellingsspanning V , q , m , en B . Maak eventueel gebruik van $F_{\text{centripetaal}} = mv^2/r$. (8 punten)
- Bereken de kromtestraal waarmee de $^{12}\text{C}^-$ -ionen worden afgebogen. (4 punten)
- Het magneetveld wordt opgewekt door een elektromagneet waarbij een stroom loopt door windingen van koperdraad. Is het totale vermogen dat de stroombron moet leveren afhankelijk van het aantal ionen dat per seconde door het magneetveld passeert? Waarom (niet)? (7 punten)

Opgave 3

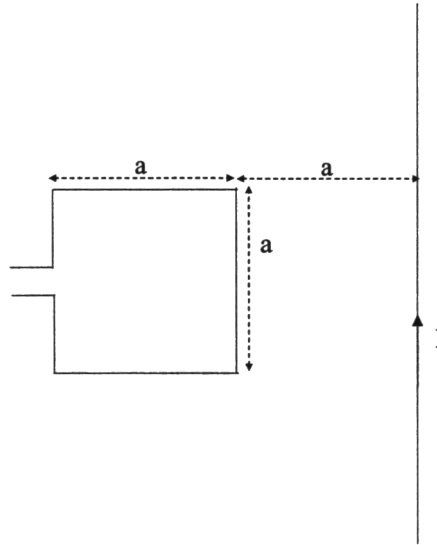
Een condensator (twee cirkelvormige platen in vacuum, straal R , plaatafstand $d \ll R$) wordt geladen via zeer lange draden met een constante (!) laadstroom $I(t) = I_0$. Op $t = 0$ is de condensator ongeladen. We maken gebruik van cilindercoördinaten: het vlak midden tussen de condensatorplaten is het $z = 0$ -vlak en de positieve z -as wijst in de richting van de stroom.

- Leid met behulp van de wet van Gauss een uitdrukking af voor het \vec{E} -veld tussen de condensatorplaten (op voldoende grote afstand van de rand). (6 punten)
- Leid met behulp van de wet van Ampère met Maxwellcorrectie een uitdrukking af voor de magnetische veldsterkte in het gebied tussen de condensatorplaten. (9 punten)



- c) Bereken het veld in punt a (waarvoor geldt $|z| < d/2$ en $r > R$). Laat door de keuze van twee verschillende integratieoppervlakken zien dat de uitkomst niet afhangt van het gekozen integratieoppervlak. (9 punten)

Opgave 4



In een zeer lange rechte draad loopt een wisselstroom $I = I_m \cos \omega t$ (veldsterkte van een rechte draad: $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$). Een plat vierkant spoeltje met N windingen ligt in één vlak met de draad zoals getekend.

- a) Leid een uitdrukking af voor de magnetische flux door het spoeltje. (7 punten)
- b) Bepaal de wederzijdse inductie M en bepaal het spanningsverschil tussen de uiteinden van het spoeltje als functie van de tijd. (9 punten)

Nu wordt de stroom I aangesloten op het spoeltje in plaats van de draad. Het spoeltje voert dus nu een stroom $I = I_m \cos \omega t$ en de rechte draad voert geen stroom.

- c) Bepaal de geïnduceerde EMK over de lengte van de zeer lange rechte draad. (7 punten)
- d) Als men, om de geïnduceerde EMK te meten, een voltmeter aansluit tussen beide uiteinden van de rechte draad, dan hangt de uitlezing van de voltmeter af van de manier waarop de aansluitdraden lopen. Verklaar dit verschijnsel. (6 punten)