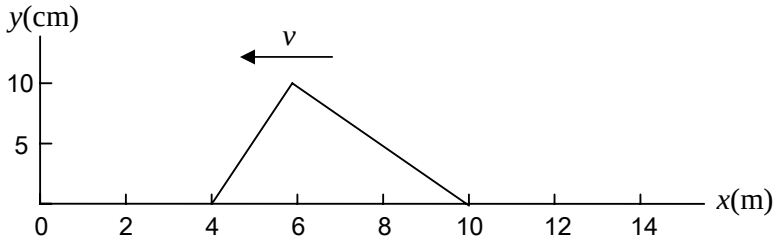
Tentamen Golven & Optica

25 augustus 2008, 15.00 – 18.00 uur

- *Maak elke opgave op een apart vel en voorzie die van uw naam en studentnummer*
- *Gebruik van een rekenmachine is toegestaan*
- *Verdeel uw tijd optimaal over de opgaven*

Opgave 1. Puls op een koord (3 punten)

We beschouwen een driehoekige puls $y(x,t)$ die met snelheid v over een ideaal koord (spankracht F, massa per lengte-eenheid μ) in de negatieve x-richting loopt. Er is geen wrijving. Het koord is op x=0 m verbonden met een vaste wand. Een momentopname op tijdstip t=0 s is weergegeven in de figuur.
Gegeven: F=100 N, μ=0.01 kg/m.



a) Schets de vorm en positie van de puls op tijdstippen t_1=0.02 s en t_2=0.1 s.

We kunnen voor positieve waarden van x, en voordat de puls reflecteert in x=0, deze puls schrijven als $y(x,t)=f(u)$, met $u=x+v\,t$, waarbij f de getekende driehoekige puls beschrijft. Bijv. f(6 m) = 10 cm en f(2 m) = 0 cm.

b) Leg uit wat het betekent dat $y(x,t)$ geschreven kan worden als $f(x+v\,t)$. Laat zien dat $y(x,t)= f(x+v\,t)$ aan de golfvergelijking voldoet. Een expliciete uitdrukking voor f wordt hier niet verlangd.
c) Leg uit waarom de beschouwde puls $y(x,t)$ niet voor alle waarden van t geschreven kan worden als $f(x+v\,t)$. Geef de algemene oplossing die wel op alle tijdstippen geldig is.

Deze algemene oplossing heeft u niet nodig om de volgende onderdelen te kunnen maken.

De *kinetische* energie per lengte-eenheid $u_k(x,t)$ wordt gegeven door:

$$u_k(x,t) = \frac{1}{2}\mu v_y^2(x,t)\,,$$

waarin $v_y(x,t)$ de transversale snelheid van het punt x op het koord is.
De *potentiële* energie per lengte-eenheid $u_p(x,t)$ wordt gegeven door:

$$u_p(x,t) = \frac{1}{2}F\left(\frac{\partial y(x,t)}{\partial x}\right)^2.$$

d) Toon aan dat op t=0 voor de potentiële energie per lengte-eenheid en de kinetische energie per lengte-eenheid geldt.

$$u_k(x,t=0) = u_p(x,t=0) = \frac{1}{2}F\left(f'(x)\right)^2$$

Voor welke tijdstippen, denkt u, zijn de kinetische en potentiële energie per lengte-eenheid **niet** aan elkaar gelijk? Verklaar u nader.

e) Laat door een berekening zien dat de totale energie in de puls E_{tot} gelijk is aan E_{tot}=0.75 J.

Het koord wordt nu verbonden met een tweede koord (x<0) met een vier keer zo kleine massa per lengte-eenheid. De spankracht blijft hetzelfde (100 N). Op t=0 bevindt de puls zich weer op dezelfde positie als hierboven en loopt in de negatieve x-richting. Op het punt x=0 wordt de puls deels doorgelaten en deels gereflecteerd. De *amplitude*-reflectiecoëfficiënt r en –transmissiecoefficiënt t worden gegeven door:

$$r = \frac{v_2 - v_1}{v_2 + v_1} \;;\; t = \frac{2v_2}{v_2 + v_1},$$

waarbij v_1 en v_2 de voortplantingssnelheden op koord 1 (x>0), respectievelijk koord 2 (x<0) zijn.

f) Schets de vorm van het koord op t=0.12 s.

g) Bereken de totale energie (in J) in de gereflecteerde puls en in de doorgelaten puls.
[*Hint*: bereken de energie in de gereflecteerde puls en maak gebruik van de wet van energiebehoud.]

Opgave 2. Laserbundels (1.5 punt)

Een laserbundel heeft een gemiddelde intensiteit van 10 W/m^2.

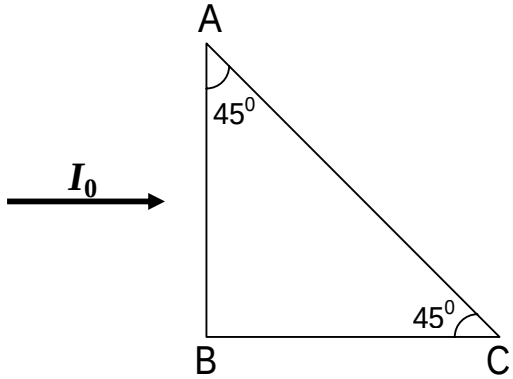
a) Hoe groot is de amplitude (in SI-eenheden) van het elektrische veld in de laserbundel?

b) Hoe groot is de amplitude (in SI-eenheden) van het magnetische veld in de laserbundel?

c) Het EM-veld in een laserbuis is een staande golf. Als de buis 30 cm lang is, en de golflengte van het licht 633 nm, hoeveel buiken telt deze staande golf dan?

Opgave 3. Reflectie en breking aan een glasprisma (3 punten)

We beschouwen een glasprisma zoals hieronder getekend. Het prisma is aan alle kanten omringd door lucht (n=1). De getekende oppervlakken staan loodrecht op het vlak van het papier. De brekingsindex van het glas is 1.50. Een bundel circulair gepolariseerd licht met intensiteit I_0 valt loodrecht binnen op oppervlak AB.



Gegeven is dat de amplitudereflectie- (r) en transmissiecoëfficiënt (t) voor loodrechte inval gegeven worden door:

$$r = \frac{n_i - n_t}{n_i + n_t} \text{ en } t = \frac{2n_i}{n_i + n_t},$$

waarbij de subscripts i en t verwijzen naar de media waarin de bundel invalt, respectievelijk breekt.

a) Wat is de betekenis van een *negatieve* reflectiecoëfficiënt r?
b) Is het licht dat van oppervlak AB is gereflecteerd nog steeds circulair gepolariseerd? Verklaar u nader (kort).
c) Welk percentage van de lichtintensiteit wordt gereflecteerd door het oppervlak AB?

Het doorgelaten licht valt nu op het oppervlak AC.

d) Welk percentage van de intensiteit van het doorgelaten licht wordt door AC gereflecteerd?
e) Motiveer waarom het gereflecteerde licht wel of niet circulair gepolariseerd is.

Het gereflecteerde licht valt nu op oppervlak BC.

f) Welk percentage van dit licht wordt doorgelaten in de lucht? Wat kunt u zeggen van de polarisatie van dit licht?

Opgave 4. Diffractie aan een serie spleten (2.5 punt)

Een serie van vijf spleten met verwaarloosbare breedte (a=0) met onderlinge afstand d=2.0 μm wordt loodrecht beschenen met een vlakke golf met golflengte λ_1=600 nm. Op een scherm op 1.0 m afstand wordt een diffractiepatroon waargenomen. Een meting waarbij slechts één spleet belicht wordt, geeft een uniforme intensiteit I_0 op het scherm.

a) Schets het waargenomen diffractiepatroon van de vijf spleten. Geef hierin duidelijk de posities (in cm) en intensiteit (in I_0) van de hoofdmaxima en van de minima aan. De relatieve hoogtes van eventuele *sub*maxima hoeft u niet te berekenen.

De spleten worden nu tevens belicht met een tweede vlakke golf met gelijke intensiteit en met golflengte $\lambda_2=\lambda_1+\Delta\lambda$ ($\Delta\lambda>0$).

b) Waarom is het intensiteitsprofiel op het scherm gelijk aan de som van de twee afzonderlijke intensiteitsprofielen?
c) Schets het intensiteitprofiel waarbij λ_2 zo is, dat de eerste hoofdmaxima van de twee patronen net van elkaar gescheiden kunnen worden (Rayleigh's criterium). Ter verduidelijking mag u ook de afzonderlijke profielen tekenen.
d) Hoe groot (in nm) is λ_2 in dat geval?

De vijf spleten hebben nu een eindige breedte a=0.8 μm.

e) Schets het diffractiepatroon op het scherm voor de eerste golf (λ_1). Het is voldoende om te schetsen hoe de relatieve intensiteit van de hoofdmaxima is veranderd vergeleken met de schets uit a). Is er een 'missend' hoofdmaximum? Zo ja, op welke positie?