Uitwerking Tentamen Golven en Optica

4 juli 2007, 15.00-18.00 uur

De antwoorden op de onderdelen van elke opgave leveren maximaal 0.4 punt op, tenzij anders vermeld.

Opgave 1. Trillende snaar (3.5 punt)

Een ideale snaar met massa per lengte-eenheid μ is opgespannen tussen $x=0$ en $x=L$ onder spankracht F. Op $t=0$ is de snaar in rust en heeft de volgende uitwijking in de y-richting:

```
y[x_, 0] := 2 ym Sin[2 π x / L] + 3 ym Sin[π x / L];
```

$$y[x\_, 0] := 2\, y_m \,\mathrm{Sin}\left[\frac{2\pi x}{L}\right] + 3\, y_m \,\mathrm{Sin}\left[\frac{\pi x}{L}\right];$$

a) 0.5 pt

In opgave 15.79 van Young & Freedman is afgeleid dat de kinetische energie per lengte-eenheid u_k en de potentiële energie per lengte-eenheid u_p gegeven worden door:

$$u_k = \frac{1}{2}\mu\,(\partial_t y[x,t])^2 \text{ en } u_p = \frac{1}{2} F\,(\partial_x y[x,t])^2$$

Geef de uitdrukking voor de totale energie in de snaar op t=0 in termen van y_m, F en L.

Antwoord

Op $t=0$ staat de snaar stil, dus alle energie is de potentiële energie op $t=0$. De totale energie per lengteeenheid (op $t=0$) is dan

$$u_{tot} = \frac{1}{2} F\,(\partial_x y[x, 0])^2$$

$$\frac{1}{2} F \left(\frac{3\pi\,\mathrm{Cos}\left[\frac{\pi x}{L}\right] y_m}{L} + \frac{4\pi\,\mathrm{Cos}\left[\frac{2\pi x}{L}\right] y_m}{L}\right)^2$$

De totale energie van de hele snaar vind je door de integraal van de totale energie per lengteeenheid te berekenen.

$$\int_0^L u_{tot}\, dx$$

$$\frac{25 F \pi^2 y_m^2}{4 L}$$

De totale energie van de snaar is $\frac{25 F \pi^2 y_m^2}{4 L}$

b) 0.5 pt

De snaar wordt losgelaten op $t=0$, en begint te oscilleren.
Geef de uitdrukking voor **y[x,t]**.

Antwoord

De meest algemene golf die over de snaar kan gaan lopen is **α y[x - v t,0] + β y[x + v t,0].** Omdat op $t=0$ de vorm is voorgeschreven, n.l. **y[x,0]**, moet gelden dat $\alpha+\beta=1$, ofwel $\beta=1-\alpha$. Voor de fasesnelhied v geldt $v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}$. De snelheid van zo'n golf op een willekeurig punt x is op $t=0$ gegeven door:

$$\partial_t (\alpha f[x-v t]+(1-\alpha) f[x+v t]) \,/.\, t\to 0$$

$$v(1-\alpha) f'[x] - v\,\alpha f'[x]$$

Dit is alleen maar overal gelijk aan 0 als $\alpha=1/2$. Dus de vorm van de snaar voor $t \geq 0$ is:

$$y[x, t] = \frac{1}{2} (y[x-v t, 0] + y[x+v t, 0]);$$

Je kunt dit natuurlijk verder uitschrijven, maar dat geeft alleen maar meer schrijfwerk:

$$y1[x, t] = y[x, t] \,/.\, v \to \sqrt{\frac{F}{\mu}};$$

Of als:

$$y2[x, t] = 3\, y_m \operatorname{Sin}\left[\frac{\pi x}{L}\right] \operatorname{Cos}\left[\frac{\pi t v}{L}\right] + 2\, y_m \operatorname{Sin}\left[\frac{2 \pi x}{L}\right] \operatorname{Cos}\left[\frac{2 \pi t v}{L}\right] \,/.\, v \to \sqrt{\frac{F}{\mu}};$$

```
y1[x, t] == y2[x, t] // Simplify
True
```

c) 0.5 pt

Na welke tijd t_0 heeft de snaar dezelfde vorm als op t=0?

Antwoord

De snaar is op $t=0$ in een superpositie van de grondtoon en de eerste boventoon. De frequentie van de grondtoon is het laagst, namelijk $\frac{v}{2L}$. De tijd die het duurt voordat de snaar weer dezelfde uitwijking heeft is dus $\frac{2L}{v}$ (of een veelvoud daarvan). Dus

$$t_0 = 2 L \sqrt{\frac{\mu}{F}}$$

Bonus: De term vorm is in deze opgave niet duidelijk gedefinieerd. Als een functie een sinus-vorm heeft zegt dat n.l. niets over de amplitude van die sinus! Bestudeer je de staande golf uitdrukking **y2[x,t]**, dan zie je de twee Cos termen op **t=0** beide gelijk aan 1 zijn. We zoeken nu andere tijdstippen waarop die 2 termen gelijk aan elkaar zijn, maar dus niet per se gelijk aan 1.

```
Reduce[Cos[π v t / L] == Cos[2 π v t / L], t]
```

$$C[1] \in \text{Integers} \;\&\&\; \left((L \neq 0 \;\&\&\; v == 0) \;||\; \left(v \neq 0 \;\&\&\; L \neq 0 \;\&\&\; \left(t == \frac{2\,L\,C[1]}{v} \;||\; t == \frac{L\left(-\frac{2\pi}{3} + 2\,\pi\,C[1]\right)}{\pi\,v} \;||\; t == \frac{L\left(\frac{2\pi}{3} + 2\,\pi\,C[1]\right)}{\pi\,v} \right)\right)\right)$$

Dus behalve de al gevonden tijdstippen die veelvouden van $\frac{2L}{v}$ zijn, is op tijdstippen die veelvouden van $\frac{2L}{3v}$ zijn de **vorm** van de snaar hetzelfde als in het begin. De uitwijking is dan n.l in alle punten (die geen veelvoud van $\frac{2L}{v}$ zijn) half zo groot en tegengesteld aan de uitwijking op t=0!

d)

Een realistische pianosnaar heeft een zekere stijfheid. Dat betekent dat de dispersierelatie voor trillingen van een pianosnaar met massa per lengte-eenheid *m* en spankracht *F* gegeven wordt door:

$$\omega = k \sqrt{\frac{F}{\mu} + \alpha\, k^2}\;;$$

Hierin is *a* een positieve constante die de stijfheid van de snaar weergeeft; *w* en *k* zijn als gebruikelijk gedefinieerd.

Geef de dimensie van α.

Antwoord:

α is in $\frac{\text{Meter}^4}{\text{Seconde}^2}$

e)

Geef de uitdrukking voor de fasesnelheid v_f voor golven op deze snaar in termen van *F*, *m*, *a*, en *k*.

Antwoord

$$v_f = \frac{\omega}{k}$$

$$\sqrt{k^2\,\alpha + \frac{F}{\mu}}$$

Dus $v_f = \sqrt{\frac{F}{\mu} + \alpha\, k^2}$

f)

Geef de uitdrukking voor de groepssnelheid v_g voor golven op deze snaar in termen van *F*, *m*, *a*, en *k*.

Antwoord

$v_g = D[\omega, k]$

$$\frac{k^2\,\alpha}{\sqrt{k^2\,\alpha + \frac{F}{\mu}}} + \sqrt{k^2\,\alpha + \frac{F}{\mu}}$$

Deze uitdrukking is op vele manieren te herschrijven.

$$\text{Dus}\quad v_g = \frac{k^2\,\alpha}{\sqrt{k^2\,\alpha + \frac{F}{\mu}}} + \sqrt{k^2\,\alpha + \frac{F}{\mu}}$$

g)

De pianosnaar is ingeklemd op punten *x*=0 en *x*=*L* en heeft op *t*=0 dezelfde vorm als de ideale snaar hierboven. Demping of andere vormen van energieverlies laten we buiten beschouwing.

Geef de uitdrukking voor *y*(*x*,*t*).

Antwoord

Staande golven op de snaar hebben allemaal de vorm $\mathrm{Sin}[k\,x - \omega[k]\,t] + \mathrm{Sin}[k\,x + \omega[k]\,t]$ ofwel $\mathrm{Sin}[k\,x]\,\mathrm{Cos}[\omega[k]\,t]$.

De uitwijking op t=0 is dus gegeven door

$2\,y_m\,\mathrm{Sin}[k_1\,x] + 3\,y_m\,\mathrm{Sin}[k_2\,x];$

met $k_1 = 2\,\pi / L$ en $k_2 = \pi / L$.

Analoog aan de redenering bij b) volgt dat **y[x,t]** gelijk is aan

$$\frac{1}{2}\,(2\,y_m\,\mathrm{Sin}[k_1\,x - \omega[k_1]\,t] + 3\,y_m\,\mathrm{Sin}[k_2\,x - \omega[k_2]\,t] + 2\,y_m\,\mathrm{Sin}[k_1\,x + \omega[k_1]\,t] + 3\,y_m\,\mathrm{Sin}[k_2\,x + \omega[k_2]\,t]);$$

Ook deze uitdrukking kun je herschrijven, bijvoorbeeld tot:

$$3\,y_m\,\mathrm{Sin}\left[\frac{\pi\,x}{L}\right]\,\mathrm{Cos}\left[\frac{\pi\,t\,v_1}{L}\right] + 2\,y_m\,\mathrm{Sin}\left[\frac{2\,\pi\,x}{L}\right]\,\mathrm{Cos}\left[\frac{2\,\pi\,t\,v_2}{L}\right],$$

met

$$v_1 = \sqrt{\frac{F}{\mu} + \frac{\alpha\,\pi^2}{L^2}}\,;\quad v_2 = \sqrt{\frac{F}{\mu} + \frac{4\,\alpha\,\pi^2}{L^2}}\,.$$

h)

Keert de snaar na zekere tijd weer terug in de vorm *y*(*x*,0)? Zo ja, na welke tijd? Zo nee, verklaar u nader (kort).

Antwoord

Voor een willekeurige waarde van α is de kans 0 dat de uitwijking weer exact gelijk wordt aan die op *t=0*. De conditie voor dit tijdstip *t* is n.l. dat $\frac{v_1 t}{2 L}$ een geheel getal is, en **tegelijkertijd** $\frac{v_2 t}{L}$ ook een geheel getal. In werkelijkheid is er altijd een rationaal getal dat *ongeveer* gelijk is aan v_1 / v_2. Dit bepaalt dan hoelang het duurt voordat de beginvorm *ongeveer* terugkeert. Zonder dispersie is v_1 / v_2exact gelijk aan 1 en geldt het antwoord dat bij c) is gegeven.

Opgave 2. Reflectie en breking aan een glasprisma (3.0 punt)

We beschouwen een glasprisma zoals hieronder getekend. Het prisma is aan alle kanten omringd door lucht. De getekende oppervlakken staan loodrecht op het vlak van het papier. De brekingsindex van het glas is 1.50. Een bundel circulair gepolariseerd licht met intensiteit I_0 valt loodrecht binnen op oppervlak AB.

Gegeven is dat de amplitudereflectie- (r) en transmissiecoëfficiënt (t) voor loodrechte inval gegeven worden door: $r = (n_i - n_t) / (n_i + n_t)$ en $r = 2 n_i / (n_i + n_t)$, waarbij de subscripts *i* en *t* verwijzen naar de media waarin de bundel invalt, respectievelijk breekt.

▪ a)

Wat is de betekenis van een *negatieve* reflectiecoëfficiënt *r*?

▪ Antwoord

Dit betekent dat bij reflectie de fase van de golf een fasesprong van π maakt.

▪ b)

Is het licht dat van oppervlak AB is gereflecteerd nog steeds circulair gepolariseerd? Verklaar u nader (kort).

▪ Antoord

Ja, omdat het licht loodrecht invalt is de reflectiecoëfficiënt voor beide componenten loodrecht op I_0 gelijk.

Circulair blijt circulair! Omdat de voortplantingsrichting van het gereflecteerde licht tegengesteld is aan die van het invallende licht verandert wel de draairichting. Linksdraaiend wordt na reflectie rechtsdraaiend en omgekeerd.

c) 0.5 pt

Welk percentage van de lichtintensiteit wordt gereflecteerd door het oppervlak AB?

■ Antwoord

De fractie van de gereflecteerde intensiteit is r^2. Het percentage is dus

$$100\,\frac{(1.00-1.50)^2}{(1.00+1.50)^2}$$

4.

4 %

■ d) 0.5 pt

Laat zien dat de som van de intensiteiten van de gereflecteerde en doorgelaten bundels gelijk is aan I_0. [Hint: maak gebruik van de Poynting vector]

■ Antwoord

De amplitudereflectiecoëfficiënt geeft aan hoe het electrisch veld reflecteert. Er geldt in een medium dat $E = v\,B$.

De Poynting-vector is $\vec{S} = 1/\mu_0\,\vec{E}\times\vec{B}$.

Hieruit volgt dat de intensiteit evenredig is met met kwadraat van de amplitude van het E-veld gedeeld door de voortplant-ingssnelheid v. Ofwel de intensiteit is evenredig met met kwadraat van de amplitude van het E-veld vermenigvuldigd met de brekingsindex.

Er volgt dus dat $\frac{I_r}{I_0} = r^2$, omdat het medium dan niet veranderd en dat $\frac{I_t}{I_0} = \frac{n_t}{n_i}\,t^2$.

Vullen we dit in, dan zien we dat $\frac{I_r}{I_0} + \frac{I_t}{I_0} = \left(\frac{n_i - n_t}{n_i + n_t}\right)^2 + \frac{n_t}{n_i} * \left(\frac{2\,n_i}{n_i + n_t}\right)^2 = 1$

Ofwel $I_r + I_t = I_0$.

■ e)

Het doorgelaten licht valt nu op het oppervlak AC.
Welk percentage van de intensiteit van het doorgelaten licht wordt door AC gereflecteerd?

■ Antwoord

100% (volledige reflectie).

Voor de kritische hoek geldt $\text{Sin}[\theta_{\text{crit}}] = 1.0/1.5 = 0.67$. De hoek van inval op AC is 45°, dit is groter dan θ_{crit}, dus al het licht wordt gereflecteerd.

f)

Motiveer waarom het gereflecteerde licht wel of niet circulair gepolariseerd is.

Antwoord

Het gereflecteerde licht is nog steeds circulair gepalariseerd. Op elk moment wordt al het licht, ongeacht de polarisatierichting, volledig gereflecteerd

g)

Welk percentage van dit licht wordt doorgelaten in de lucht? Wat kunt u zeggen van de polarisatie van dit licht?

Antwoord

Ook nu zal, niet als bij vraag b), 4% van het licht dat op *BC* valt worden gereflecteerd en dus 96% zal worden doorgelaten in de lucht. Het licht is nog steeds circulair gepolariseerd.

Bonus: Dus 4% van het licht wordt direct gereflecteerd. Van de doorgelaten 96% wordt 96% bij BC direct doorgelaten. Dus 4% van 96% wordt bij *BC* gereflecteerd en moet het glasprisma uiteindelijk ergens verlaten, dus via *AB* of *BC* . In verband met meerdere reflecties is het dus mogelijk dat "dit licht" niet *direct* wordt doorgelaten, maar 2 keer (of zelfs vaker) wordt gereflecteerd, aan BC en AB resp., alvorens het wordt doorgelaten.

Voorbeeld: Berekening van reflectie aan AB. (r=reflectie, t=transmissie)

$$r + trt + trrrt + trrrrrt + ... = r + r\,t^2\left(1 + r^2 + r^4 + ...\right) = r + r\,t^2 \big/ \left(1 - r^2\right)$$

```
reflectie = r + r t^2 / (1 - r^2) /. t → 1 - r // Together
```

$$\frac{2\,r}{1 + r}$$

Van de invullende bundel wordt 2 r /(1+r) uiteindelijk gereflecteerd, ofwel 7.692%
Van de invullende bundel wordt (1-r)/(1+r) uiteindelijk doorgelaten, ofwel 92.308%.
Van de fractie (1-r) van het licht dat ooit in het prisma komt, wordt dus uiteindelijk de fractie 1/(1+r) doorgelaten.Dit is niet 96% maar iets meer n.l 96.1538%

$$\frac{1}{1 + r}\ /.\ r \to 0.04$$

```
0.961538
```

Opgave 3. Spectraal scheidend vermogen van een tralie (3.5 punt)

We beschouwen N identieke smalle spleten met breedte a evenwijdig aan de z-as op onderlinge afstand d in een scherm door de oorsprong en loodrecht op de x-as. De spleten zijn zeer smal ten opzichte van hun onderlinge afstand, dus $a \ll d$. In de richting van de positieve x-as valt een vlakke monochromatische lichtgolf in met golfgetal k, hoekfrequentie ω en amplitude E_i. We analyseren het diffractiepatroon dat ontstaat na verstrooiing van de vlakke golf door de spleten, op een tweede scherm loodrecht op de x-as, ver weg geplaatst van het eerste scherm, op afstand R.

a)

Geef de coördinaten van de ***k*** vector van de invallende golf.

Antwoord

$\vec{k} = \{k, 0, 0\}$

b) 0.5 pt

Het elektrische veld op punten *P* met coördinaten {*R* , *y* , *z*} op het tweede scherm wordt gegeven door

$$\vec{E}\{P\} = \vec{E}_0 \frac{\mathrm{Sin}[N\phi/2]}{\mathrm{Sin}[\phi/2]},$$

waarbij $\vec{E}_0$ het veld van een enkele spleet is ter plekke van het scherm en *f* het faseverschil is van het licht afkomstig van opvolgende spleten.

Druk de *f* uit in *k*, *q* en *d*, met *q* de diffractiehoek.

Antwoord

Het weglengteverschil tussen licht afkomstig uit opvolgende spleten is $d\,\mathrm{Sin}[\theta]$. Om het faseverschil te krijgen moet je met 2π vermenigvuldigen en door λ delen, maar dat is hetzelfde als vermenigvuldigen met *k*. Dus:

$\phi = k\, d\, \mathrm{Sin}[\theta]$

c)

Geef de intensiteit van het licht voor de punten *P* met coördinaten (*R, 0, z*), uitgedrukt in *N* en $\vec{E}_0$. Beredeneer dat dit de maximale intensiteit is op het scherm.

Antwoord

Als *y=0*, dan is ϕ ook gelijk aan 0; het quotiënt van de 2 Sin-termen is in de limiet voor ϕ naar 0 gelijk aan *N*, dus het electrische veld is *N* maal dat van een enkele spleet. Voor de intensiteit geldt

$I = \epsilon_0\, c\, N^2 \left|\vec{E}_0\right|^2$, ofwel $I = \text{constante} * N^2 \left|\vec{E}_0\right|^2$

Als I_0 de intensiteit is van een enkele spleet in punt *P*, dan geldt $I = N^2 I_0$. De intensiteit is maximaal omdat E_0 daar maximaal is (in de limiet $\frac{a}{d} \to 0$ hangt E_0 n.l. niet af van de diffractiehoek), EN het quotient van de 2 sinus-termen bereikt daar ook zijn maximale waarde.

Anders gefomuleerd: Alle golven die op het scherm arriveren in punten met *y=0* zijn (met de gemaakte aannames) in fase.

d)

Geef de coördinaten van de punten *P* waar deze maximale intensiteit eveneens wordt gehaald.

Antwoord

Als de noemer gelijk is aan 0, ofwel als ϕ een veelvoud is van 2π, dan is $\frac{\text{Sin}\left[\frac{N\phi}{2}\right]}{\text{Sin}\left[\frac{\phi}{2}\right]}$ gelijk aan N (of -N). Dus $\phi = 2\pi\, m$, met $m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots.$

Omdat $\text{Sin}[\theta] = \frac{\phi}{k\,d} = \frac{2\,\pi\,m}{k\,d} = \frac{\lambda\,m}{d}$ en $\text{Sin}[\theta] = \frac{y}{R}$ volgt dat $y = \frac{R\,\lambda\,m}{d}$, met $m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$

In punten van het scherm met coördinaten {R, $\frac{R\,\lambda\,m}{d}$, z}, met $m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$ is de intensiteit eveneens maximaal.

e)

Geef de coördinaten van de punten P waar de intensiteit exact gelijk is aan nul.

Antwoord

$\text{Sin}\left[\frac{N\,\phi}{2}\right]$ is dan gelijk aan 0, terwijl $\text{Sin}\left[\frac{\phi}{2}\right]$ ongelijk is aan 0. Dus $\phi = \frac{2\,\pi\,m}{N}$ met m een geheel getal, maar geen veelvoud van N.

In punten van het scherm met coördinaten {R, $\frac{R\,\lambda\,m}{N\,d}$, z}, met $m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$, maar met m geen veelvoud van N, is de intensiteit gelijk aan nul.

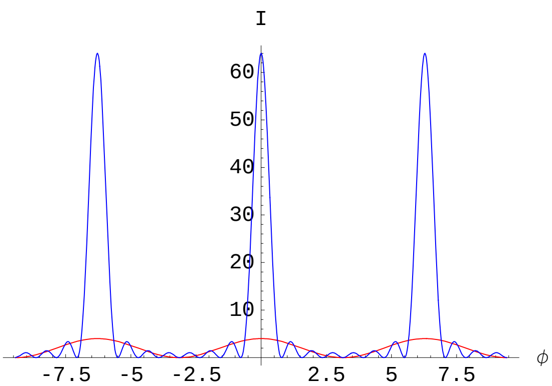
Er liggen dus N-1 nulpunten tussen 2 hoofdmaxima.

f) 0.5 pt

Schets in één figuur het diffractiepatroon voor N = 2 en voor N = 8. Geef hierin duidelijk de relatieve intensiteiten van de hoofdmaxima voor de twee situaties. De x-as van deze figuur mag naar keuze uitgedrukt worden in y, q, of f.

Antwoord

$$\textbf{Plot}\left[\left\{\left(\frac{\textbf{Sin}\left[\frac{2\,\phi}{2}\right]}{\textbf{Sin}\left[\frac{\phi}{2}\right]}\right)^2, \left(\frac{\textbf{Sin}\left[\frac{8\,\phi}{2}\right]}{\textbf{Sin}\left[\frac{\phi}{2}\right]}\right)^2\right\}, \{\phi, -3\,\pi, 3\,\pi\},\right.$$
$$\left.\textbf{PlotStyle} \to \{\textbf{Red}, \textbf{Blue}\}, \textbf{PlotRange} \to \textbf{All}, \textbf{AxesLabel} \to \{\text{"}\phi\text{"}, \text{"I"}\}\right];$$



De essentie van de plot is dat de rode curve 1 minumum heeft tussen de maxima, terwijl de blauwe curve 7 tussenliggende minima heeft tussen de hoofdmaxima. De hoofdmaxima van de blauwe curve liggen op dezelfde plaats als de maxima van de rode curve, maar ze zijn wel 16 maal zo hoog!

g) 0.5 pt

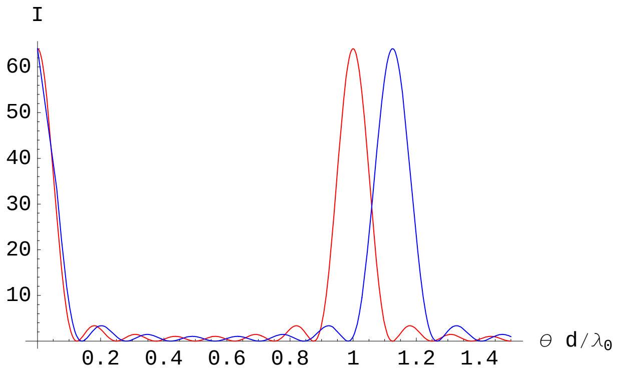
We bestralen het N=8 tralie nu met twee vlakke golven langs de x-as met iets verschillende golflengte l.
Schets rond het eerste orde maximum de diffractiepatronen van deze twee golven wanneer de golven net van elkaar gescheiden kunnen worden volgens het Rayleigh criterium.

Antwoord

Benaderen we Sin[θ] door θ, dan volgt uit b) dat $\Theta = \frac{\phi}{k\,d} = \frac{\lambda\,\phi}{2\,\pi\,d}$. Als we een bepaalde golflengte λ_0 kiezen, dan ligt het eerste orde maximum bij $\Theta = \lambda_0 / d$, omdat ϕ daar gelijk is aan 2π. We tekenen het bijbehorende diffractie patroon. Vervolgens tekenen we in dezelfde figuur ook het diffractiepatroon voor licht met een golflengte van $\frac{9\,\lambda_0}{8}$.

```
λ0 = 1; λ = {λ0, 9 λ0/8};

fig1 = Plot[Evaluate[(Sin[8 ϕ/2]/Sin[ϕ/2])^2 /. ϕ → 2 π Θd/λ], {Θd, 0, 1.5},
   PlotRange → All, PlotStyle → {Red, Blue}, AxesLabel → {"Θ d/λ0", "I"}];
```



De essentie van de plot is dat de rode curve (voor golflengte λ_0) het eerste orde maximum heeft bij $\Theta = \frac{\lambda_0}{d}$ en het daaropvolgende eerste minumum ligt bij $\Theta = \frac{9\,\lambda_0}{8\,d}$. Bij de blauwe curve (voor golflengte $\frac{9\,\lambda_0}{8}$) ligt het eerste orde maximum bij $\Theta = \frac{9\,\lambda_0}{8\,d}$, precies de plek waar de rode curve het eerste minimum heeft dat volgt op het eerste orde maximum. Het Rayleigh criterium zegt dus dat licht met deze 2 golflengtes door zo'n tralie net gescheiden kan worden.

Merk op dat het minimum van de blauwe curve dat juist **voor** het eerst hoofdmaximum ligt (bij $\Theta = \frac{63\,\lambda_0}{64\,d}$) niet precies samenvalt met het eerste orde maximum van de rode curve (dat ligt bij $\Theta = \frac{\lambda_0}{d}$).

h)

Laat zien dat voor het eerste orde maximum het spectraal scheidend R=$\lambda/\Delta\lambda$ vermogen van dit rooster gelijk is aan R=8.

Antwoord

Dit volgt eigenlijk al uit het antwoord en de tekening bij vraag g). De tweede golflengte is gelijk aan $\lambda_0 + \Delta\lambda = \frac{9}{8}\lambda_0$, ofwel $\Delta\lambda = \frac{\lambda_0}{8}$. Samen met $\lambda = \lambda_0$ volgt dat $R = \lambda/\Delta\lambda = 8$.