Tentamen Golven en Optica

(NS-108B)

vrijdag 5 juli 2013, 09.00-12.00 uur

- Maak elke opgave op een **apart** vel voorzien van uw naam en studentnummer.
- Gebruik van een (grafische) rekenmachine is toegestaan.
- Verdeel uw tijd optimaal over de 4 opgaven; elk onderdeel weegt even zwaar.

Opgave 1. Kennis van begrippen (2.5 punten)

Geef een kort en helder antwoord op de volgende vragen. Gebruik geen formule's en ook geen voorbeelden ter illustratie.

(a) Wat is een lopende golf? Het gaat hier over (eigenschappen van) de algemene wiskundige formule die een fysiek golfverschijnsel beschrijft.

(b) Wat is een staande golf?

(c) Is elke golf of lopend of staand? Verklaar u nader.

(d) Wat is geluidsintensiteit? (denk aan eenheden)

(e) Wat is geluidsniveau? (denk aan eenheden)

(f) Wat wordt er bedoeld met de hoek van inval?

(g) Waarom heet de Brewsterhoek ook wel polarizatiehoek?

(h) Wat is dispersie (in de optica)?

(i) Wat is dubbelbreking?

Opgave 2: Geluidsgolven en Dopplereffect (2.5 punten)

Een stilstaande luidspreker met een oppervlakte van 0.03 m^2 trilt harmonisch met een amplitude van 0.1 mm en frequentie van 100 Hz, en produceert hierdoor een geluidsgolf (geluidssnelheid 340 m/s, $B = 1.42 \times 10^5$Pa).

(a) Bereken de hoekfrequentie, de golflengte en het golfgetal van de uitgezonden geluidsgolf.

(b) Bereken de drukamplitude van de geluidsgolf vlakbij de luidspreker en vergelijk die met de atmosferische druk. Bereken de gemiddelde geluidsintensiteit vlakbij de luidspreker.

(c) Bereken het totale vermogen dat de geluidsgolf meevoert.

(d) We beschouwen de luidspreker verder als een puntbron. Bepaal de intensiteit op 10 m afstand en druk die uit in decibel (dB).

(e) We laten het geluid volledig reflecteren aan een oneindig grote wand die van de luidspreker af beweegt met een snelheid $v_s = 5$ m/s en meten het terugkerende geluidssignaal met een stilstaande microfoon. Er is geen interferentie met de heengaande golf. Bereken de frequentie van het ontvangen signaal.

Opgave 3: Dispersie en Totale reflectie (2.5 punten)

De bovenste laag van de dampkring, de ionosfeer, kunnen we beschouwen als een ijl plasma. Dat wil zeggen dat er naast moleculen in de gasfase ook ionen en elektronen in lage concentraties aanwezig zijn. De dispersierelatie (ω als functie van k of k als functie van ω) voor elektromagnetische (e.m.) straling in de ionosfeer wordt gegeven door de volgende uitdrukking:

$$\omega_{\text{ion}} = \sqrt{\omega_p^2 + c^2k^2}$$

Hierin is ω_p de zogenaamde plasmafrequentie, die we als een constante mogen opvatten. De dispersierelatie van de dampkring beneden de ionosfeer stellen we gelijk aan die van het vacuüm: $\omega_{\text{vac}} = ck$.

(a) Schets in één figuur de dispersierelatie van de ionosfeer en die van het vacuüm. Geef hierin ook duidelijk de plasmafrequentie ω_p aan.

(b) Beredeneer dat e.m. straling met frequenties $\omega < \omega_p$ zich niet kan voortplanten in de ionosfeer.

(c) Laat zien dat de brekingsindex n van de ionosfeer voor $\omega > \omega_p$ gegeven wordt door:

$$n(\omega) = \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}}.$$

Schets deze functie.

Hint: bereken eerst de fasesnelheid (voortplantingssnelheid van een monochromatische golf) en bereken dan de brekingsindex.

(d) Een bron op het aardoppervlak zendt straling uit met een frequentie $\omega = \sqrt{2} \cdot \omega_p$. Onder welke hoeken met de normaal op de ionosfeer wordt deze straling **volledig** gereflecteerd?

(e) De fasesnelheid van e.m. golven met $\omega > \omega_p$ is *groter* dan de lichtsnelheid c. Waarom is dit toch niet in tegenspraak is met de relativiteitstheorie?

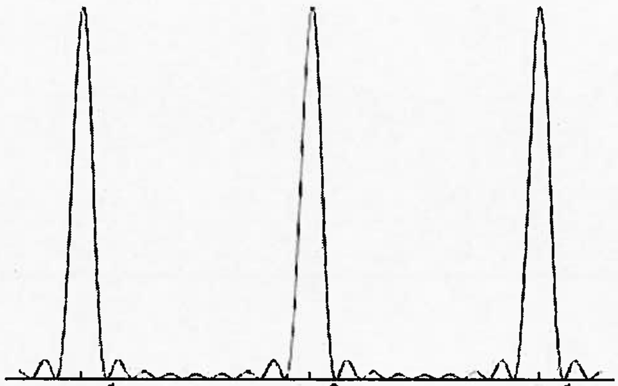
Hint: bereken de groepsnelheid $v_g = \frac{d\omega}{dk}$.

Opgave 4. Tralie (2.5 punten)

De intensiteitsverdeling van een systeem van N spleten met verwaarloosbare breedte wordt met onderstaande vergelijking beschreven:

$$I(\theta) = I_0 \left(\frac{\sin(N\alpha)}{\sin(\alpha)} \right)^2, \qquad \alpha = \frac{kd}{2} \sin(\theta)$$

met N het aantal spleten, I_0 de intensiteit van een individuele spleet, d de afstand tussen de spleten en θ de afbuighoek. Als een vlakke monochromatische golf met golfgetal k op deze spleten valt, is op een scherm het volgende Fraunhofer diffractiepatroon zichtbaar. De bijschriften langs de x-as geven de positie van hoofdmaxima aan.



(a) Door hoeveel spleten is bovenstaand diffractiepatroon geproduceerd?

(b) Hoe groot is de maximale intensiteit van het diffractiepatroon van dit N-spleten systeem?

(c) Bij welke afbuighoeken heeft het bovenstaande diffractiepatroon minima? (Zorgvuldig formulren s.v.p.)

Dit N-spleten systeem wordt nu belicht door een gepulste laser met een pulsbreedte van 4×10^{-15} s en een golflengte $\lambda = 600$ nm. Ga er vanuit dat de laserpuls loodrecht invalt en beschreven kan worden als een vlakke, linear gepolariseerde electromagnetische golf met een geheel aantal sinusvormige oscillaties met dezelfde periode.

(d) Bereken het aantal oscillaties in één laserpuls.

(e) Voor welke afbuighoeken zullen er **geen** interferentie-effecten optreden. Je mag hierbij aannemen dat $d > 2\lambda$.

(f) Wat is de hoogste orde (m) van het interferentie hoofdmaximum dat **wel** waargenomen kan worden?

(g) Bereken (tijdens het passeren van zo'n laserpuls) de maximale intensiteit op de positie van het centrale hoofdmaximum in bovenstaande figuur. Wat is de maximale intensiteit op de posities van de hoofdmaxima met $m = \pm 1$? En op de posities van de hoofdmaxima met $m = \pm 2$?

lege pagina

Formuleblad bij tentamen Golven en Optica

Hoofdstuk 15

15.1) $v = \lambda f$

15.5) $k = 2\pi/\lambda$ en $\omega = 2\pi f$

15.6) $\omega = vk$

15.7) $y(x,t) = A\cos(kx - \omega t)$, sinusvormige golf in de $+x$-richting.

15.12) $\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2}$, de golfvergelijking.

15.13) $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$, voor golven op een koord met spankracht F en massa per lengte eenheid μ.

15.xx) $y(x,t) = A\cos(kx \pm \omega t + \phi)$, algemene vorm voor lopende harmonische golven met amplitude A (in één dimensie); de willekeurige fase ϕ wordt vaak weggelaten.

15.21) $P(x,t) = F_y(x,t)v_y(x,t) = -F\frac{\partial y(x,t)}{\partial x}\frac{\partial y(x,t)}{\partial t}$, vermogen van een golf.

15.25) $P_{\text{av}} = \frac{1}{2}\sqrt{\mu F}\omega^2 A^2$, gemiddeld vermogen van sinusvormige golf.

15.26) $\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$, intensiteit is evenredig met kwadraat van de inverse afstand.

15.27) $y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t)$, superpositieprincipe.

15.28) $y(x,t) = A_{\text{SW}}\sin(kx)\sin(\omega t)$, staande golven op een koord, gefixeerd in $x = 0$.

15.33) $f_n = n\frac{v}{2L}$, frequenties staande golven op koord gefixeerd in $x = 0$ en $x = L$.

a) f_1, grondtoon, fundamental frequency

b) f_2, eerste boventoon, second harmonic

c) f_n, $(n-1)^{\text{de}}$ boventoon, n^{th} harmonic

Hoofdstuk 16

16.3) $p(x,t) = -B\frac{\partial y(x,t)}{\partial x}$, drukfluctuatie door gradiënt van de deeltjesverplaatsing in een geluidsgolf.

16.5) $p_{\text{max}} = BkA$, drukamplitude voor sinusvormige geluidsgolven; met B the bulk modulus en A de verplaatsingsampitude.

16.7) $v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$, geluidssnelheid, fasesnelheid van longitudinale golven.

16.8) $v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$, geluidssnelheid in een ideaal gas; met γ de verhouding van warmtecapaciteit bij constante druk en die bij constant volume, R de gasconstante, T de temperatuur in K, en M de molaire massa.

16.9) $v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}$, geluidssnelheid, fasesnelheid van longitudinale golven in een vaste staaf, met Y de Young modulus.

16.14) $I = \frac{1}{2}\sqrt{\rho B}\omega^2 A^2 = \frac{p_{\text{max}}^2}{2\rho v} = \frac{p_{\text{max}}^2}{2\sqrt{\rho B}}$, intensiteit (in W/m^2) van een sinusvormige geluidsgolf.

16.15) $\beta = (10\,\mathrm{dB})\,{}^{10}\log\frac{I}{I_0}$, definitie van het geluidsniveau in decibel, met $I_0 = 10^{-12}\,\mathrm{W/m^2}$.

16.16) $f_n = \frac{nv}{2L}, (n = 1, 2, 3, \cdots)$, frequenties van staande golven in een pijp met lengte L die aan beide kanten open is.

16.22) $f_n = \frac{nv}{4L}, (n = 1, 3, 5, \cdots)$, frequenties van staande golven in een pijp met lengte L die aan één kant open en aan de andere kant afgesloten is.

16.24) $f_{\mathrm{beat}} = |f_a - f_b|$, beat frequentie van twee signalen met een klein onderling frequentieverschil.

16.29) $f_{\mathrm{L}} = \frac{v+v_{\mathrm{L}}}{v+v_{\mathrm{S}}} f_{\mathrm{S}}$, Doppler effect; v_{L} en v_{S} zijn relatief t.o.v. een medium dat geluidssnelheid v heeft. Let op de tekens van v_{L} en v_{S}!!

16.30) $\sin(\alpha) = \frac{v}{v_{\mathrm{S}}}$, hoek van schokgolf (deze heeft de vorm van een kegel) als de geluidsbron met snelheid $v_{\mathrm{S}} > v$ door een medium met geluidssnelheid v reist.

Hoofdstuk 32

32.4) $E = cB$ in vacuüm.

32.5) $B = \epsilon_0 \mu_0 c E$

32.6) $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$, lichtsnelheid in vacuüm.

32.17) $\vec{E}(x, y, z, t) = \vec{e}_y E_{\mathrm{max}} \cos(kx - \omega t)$, $\vec{B}(x, y, z, t) = \vec{e}_z B_{\mathrm{max}} \cos(kx - \omega t)$, sinusvormige vlakke electromagnetische golf in de $+x$-richting, $\vec{e}_{y(z)}$ is de eenheidsvector in de $y(z)$-richting en $E_{\mathrm{max}} = cB_{\mathrm{max}}$.

32.20) $E = vB$ en $B = \epsilon\mu v E$ in diëlectricum

32.21) $v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}}$, snelheid electromagnetische golf in een diëlectricum met permittiviteit $\epsilon = K\epsilon_0$ en permeabiliteit $\mu = K_{\mathrm{m}}\mu_0$

32.22) $n = \frac{c}{v} = \sqrt{KK_{\mathrm{m}}}$, brekingsindex. De relatieve permeabiliteit K_{m} is meestal ongeveer gelijk aan 1.

32.28) $\vec{S} = \frac{1}{\mu_0}\vec{E} \times \vec{B}$, Poynting vector.

32.29) $I = S_{\mathrm{av}} = \frac{E_{\mathrm{max}} B_{\mathrm{max}}}{2\mu_0} = \frac{E^2_{\mathrm{max}}}{2\mu_0 c} = \frac{1}{2}\epsilon_0 c E^2_{\mathrm{max}}$, intensiteit van een sinusvormige golf in vacuüm, in $\mathrm{W/m^2}$, stroomsnelheid van energie.

32.31) $\frac{1}{A}\frac{dp}{dt} = \frac{S}{c} = \frac{EB}{\mu_0 c}$, stroomsnelheid van impuls (momentum).

32.32) $p_{\mathrm{rad}} = \frac{S_{\mathrm{av}}}{c}$, stralingsdruk, in Pa, als de e.m. golf volledig wordt geabsorbeerd.

32.33) $p_{\mathrm{rad}} = \frac{2S_{\mathrm{av}}}{c}$, stralingsdruk, in Pa, als de e.m. golf volledig wordt gereflecteerd.

32.36) Staande golven. Bij reflectie van een e.m. golf in $x = 0$ aan een prefecte geleider heeft het $\vec{E}$-veld een knoop in $x = 0$, en ook als $x = n\lambda/2$ met $(n = 1, 2, \cdots)$; de knopen in het $\vec{B}$-veld zijn $\lambda/4$ verschoven.

32.xx) Dispersie relatie: ω als functie van k. Fasesnelheid $v_f(k) = \omega/k$. Groepsnelheid $v_g(k) = \frac{d\omega}{dk}$.

Hoofdstuk 33

33.2) $\theta_r = \theta_i$, hoek van reflectie is hoek van inval.

33.4) $n_a \sin(\theta_a) = n_b \sin(\theta_b)$, wet van Snellius.

33.5) $\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$, golflengte in een medium met brekingsindex n.

33.6) $\sin(\theta_{\text{crit}}) = \frac{n_a}{n_b}$, de kritische hoek.

33.7) $I = I_{\max} \cos^2(\phi)$, Wet van Malus, polarisatie van gepolariseerd licht; ϕ is de hoek tussen de polarisatie-richting van het invallende licht en de polarisatie-as van de polarizer.

33.8) Brewster's wet: $\tan(\theta_p) = \frac{n_a}{n_b}$; θ_p is de Brewster hoek. De reflectiecoëfficiënt voor invallend licht dat 100% gepolariseerd is evenwijdig aan het vlak van inval en reflectie is bij deze hoek gelijk aan 0.

33.x) $\vec{E}(x, y, z, t) = \vec{e}_y E_{\max} \cos(kx - \omega t) \pm \vec{e}_z E_{\max} \sin(kx - \omega t)$, circulair gepolariseerde vlakke golf die loopt in de $+x$-richting. Met het plusteken is de golf rechtsdraaiend indien u de golf tegemoet kijkt. De lengte van $\vec{E}$ is altijd $E_{\max}$.

33.y) Reflectiecoëfficiënten voor intensiteit: $R_\perp = \sin^2(\theta_t - \theta_i)/\sin^2(\theta_t + \theta_i)$, en $R_{\parallel} = \tan^2(\theta_t - \theta_i)/\tan^2(\theta_t + \theta_i)$. Voor loodrechte inval ($\theta_i = 0$) reduceren deze uitdrukkingen tot $R = (n_2 - n_1)^2/(n_2 + n_1)^2$.

Hoofdstuk 35

35.4) $d \sin(\theta) = m\lambda$ met $m = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots$, constructieve interferentie als verschil in weglengte een geheel aantal golflengtes is. De afstand tussen 2 spleten is d.

35.4) $d \sin(\theta) = (m + \frac{1}{2})\lambda$ met $m = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots$, destructieve interferentie als verschil in weglengte een halftallig aantal golflengtes is.

35.6) $y_m = m\frac{R\lambda}{d}$, positie van maxima in Young's experiment; R is de afstand tussen spleten en scherm, d is de afstand tussen de twee spleten. $m = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots$.

35.7) $E_P = 2E \cos(\frac{\phi}{2})$, amplitude. Superpositie van 2 sinusvormige golven met gelijke amplitude en onderling faseverschil ϕ.

35.11) $\phi = \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) = k(r_2 - r_1)$, faseverschil ϕ is evenredig met verschil in weglengte.

35.14) $I = I_0 \cos^2\left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin\theta\right)$, intensiteitspatroon van 2 oneindig smalle spleten in de Fraunhofer benadering.

Hoofdstuk 36

36.2) $\sin\theta = m\frac{\lambda}{a}$ met $m = \pm 1, \pm 2, \cdots$, minima voor diffractie aan één spleet met breedte a.

36.7) $I = I_0 \left(\frac{\sin x}{x}\right)^2$ met $x = \frac{\pi a \sin(\theta)}{\lambda}$, intensiteitspatroon van diffractie aan één spleet met breedte a.

36.xx) $I = I_0 \left(\frac{\sin(nx)}{\sin x}\right)^2$ met $x = \frac{\pi d \sin(\theta)}{\lambda}$, intensiteitspatroon van diffractie aan n spleten met onderlinge afstand d en verwaarloosbare breedte.

36.13) $\sin\theta = m\frac{\lambda}{d}$ met $m = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots$, hoeken waar hoofdmaxima optreden voor een tralie met spleetafstand d.

36.15) $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = Nm$, spectraal scheidend vermogen.

36.16) $\sin\theta = m\frac{\lambda}{2d}$ met $m = 1, 2, 3, \cdots$, Bragg conditie. Constructieve interferentie treedt op bij diffractie aan series evenwijdige vlakken op onderlinge afstand d. De hoek θ is hier de hoek tussen verstrooide bundel en de evenwijdige kristalvlakken met atomen waaraan verstrooid wordt.

36.17) $\sin\theta_1 = 1.22\frac{\lambda}{D}$, hoek waarbij in het Fraunhofer diffractiepatroon van een rond gat met diameter D het eerste minimum optreedt. De begrenzing van de Airy-schijf.

Goniometrie

- $\sin(2a) = 2\sin(a)\cos(a)$
- $\cos(2a) = 1 - 2\sin^2(a)$
- $\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$
- $\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$
- $\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$
- $\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$