Departement Natuur- en Sterrenkunde, Faculteit Bètawetenschappen, UU.
In elektronische vorm beschikbaar gemaakt door de $\mathcal{TBC}$ van A−Eskwadraat.
Het college NS-104b werd in 2004/2005 gegeven door dr. A.M. Vredenberg.

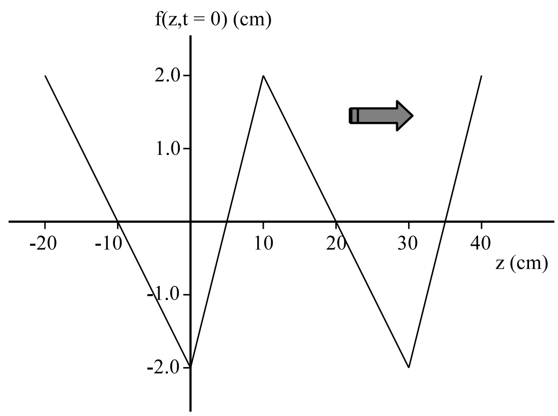
Golven en Optica (NS-104b)
6 juli 2005

N.B. Bij dit tentamen zat een stapel kopieën uit een boek, die ter inzage beschikbaar zijn bij de $\mathcal{TBC}$.

Opgave 1. Lopende golf op een koord *(30 punten)*

Een golf loopt in de positieve z-richting over een oneindig lang koord. Het koord heeft een massa per lengte-eenheid van 0.1 kg/m en is opgespannen met spankracht F.
De vorm van het koord op $t = 0$ is gegeven in figuur 1. De voortplantingssnelheid van de golf is 10 m/s.

Figuur 1



a) Geef de golflengte van de golf (in cm), de spankracht F (in N) en de frequentie van de golf (in Hz).

b) De tijdsafhankelijkheid van de golf wordt beschreven door de functie $f(z, t)$. Geef de uitdrukking voor $f(z, t)$.

(Hint: maak onderscheid in gebieden waar de golf stijgend, respectievelijk dalend is met z.)

c) De snelheid van het punt $z = 0$ op het koord wordt gegeven door de functie $g(t)$. Geef de uitdrukking voor $g(t)$ en schets deze.

d) Schets het vermogen in het koord op $t = 0$. Zijn er punten in het koord waar de potentiële energie nul is? Idem voor de kinetische energie? Motiveer uw antwoord. N.B. De "knikpunten" bij maximale uitwijking mag u hierbij buiten beschouwing laten.

De spankracht in het koord wordt nu met een factor vier verhoogd, en een nieuwe golf wordt opgezet zodanig dat de vorm van de golf op $t = 0$ wederom gegeven wordt door figuur 1.

e) Geef de uitdrukking voor $h(z, t)$ die deze golf beschrijft.

Opgave 2. Lopende golven *(15 punten)*

We beschouwen de volgende functies:

1. $\Psi(z,t) = e^{-\left(a^2z^2+b^2t^2-2abtz\right)}$
2. $\Psi(z,t) = A\sin\left(az^2 - bt^2\right)$
3. $\Psi(z,t) = A\sin 2\pi\left(\frac{z}{a} - \frac{t}{b}\right)^2$
4. $\Psi(z,t) = A\cos^2 2\pi(t-z)$

Laat zien welke van deze functies lopende golven beschrijven.

Opgave 3. Dispersie en totale reflectie *(35 punten)*

De bovenste laag van de dampkring, de ionosfeer, kunnen we beschouwen als een ijl plasma. Dat wil zeggen dat er naast moleculen in de gasfase ook ionen en elektronen in lage concentraties aanwezig zijn. De dispersierelatie voor elektromagnetische (em.) straling voor de ionosfeer wordt gegeven door de volgende uitdrukking:

$$\omega_{ion} = \sqrt{\omega_p^2 + c^2k^2}$$

Hierin is ω_p de zgn. plasmafrequentie, die we als een constante mogen opvatten. De dispersierelatie van de dampkring beneden de ionosfeer stellen we gelijk aan die van het vacuüm:

$$\omega_{vac} = ck$$

a) Schets in één figuur de dispersierelatie (ω als functie van k) van de ionosfeer en die van het vacuüm. Geef hierin ook duidelijk de plasmafrequentie ω_p aan.

b) Beredeneer dat em. straling met frequenties $\omega < \omega_p$ zich niet kan voortplanten in de ionosfeer.

c) Laat zien dat de brekingsindex n van de ionosfeer voor $\omega > \omega_p$ gegeven wordt door:

$$n(\omega) = \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega_2}}.$$

Schets deze functie.

(Hint: bereken eerst de fasesnelheid en bereken dan de brekingsindex.)

d) Een bron op het aardoppervlak zendt straling uit met een frequentie $\omega = \sqrt{2}\omega_p$. Onder welke hoeken met de normaal op de ionosfeer wordt deze straling volledig gereflecteerd?

e) *(bonus 5 punten)*: De fasesnelheid van em. golven met $\omega > \omega_p$ is *groter* dan de lichtsnelheid c. Beredeneer dat dit niet in tegenspraak is met de relativiteitstheorie.

(Hint: bereken de groepssnelheid $v_g = \frac{d\omega}{dk}$.)

Opgave 4. Diffractie *(20 punten)*

Een tralie met 100 spleten per cm en een spleetbreedte a wordt onder een kleine hoek t.o.v. de normaal beschenen met een monochromatische en coherente vlakke golf met golflengte $\lambda = 500$ nm. Doordat de golf niet loodrecht op het tralie invalt, bestaat er tussen iedere twee opeenvolgende spleten een faseverschil δ. De hoeken waaronder de hoofdmaxima op een scherm op grote afstand worden waargenomen, zijn daardoor verschoven vergeleken bij loodrechte inval.

a) Laat zien dat de waargenomen hoekverschuiving $\Delta\theta$ voor kleine diffractiehoeken θ gegeven wordt door

$$\Delta\theta = \frac{\delta\lambda}{2\pi d}.$$

b) Het vijfde orde hoofdmaximum aan beide zijden van het nulde orde hoofdmaximum blijkt op het scherm afwezig te zijn. Bereken de spleetbreedte a in μm.