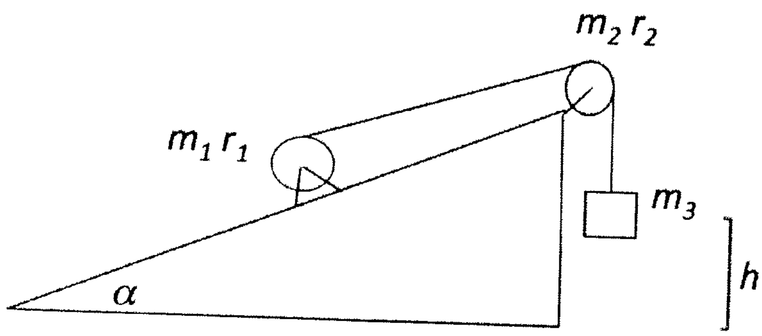
Tussentoets Mechanica 1 - 16 december 2011 15.00-17.00

- Maak elke opgave op een apart vel
- Zet je naam en studentnummer op elk vel
- Succes!

opgave 1: Wetten van Newton (20 punten)

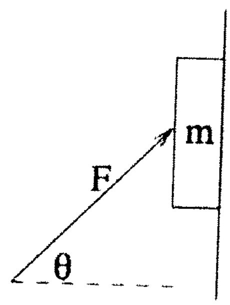
1a) Op een helling met hoek α staat een cylinder (massa m_1, straal r_1). Deze staat vast op de helling maar kan wrijvingsloos om haar centrale as draaien. Een massaloos touw loopt via een vaste katrol (massa m_2, straal r_2) naar een massa m_3, die op een hoogte h boven de grond hangt. Dan wordt m_3 losgelaten.



1a.1) Teken de volledig krachtendiagrammen voor elke massa.

1a.2) Bereken de snelheid waarmee massa m_3 de grond raakt.

1b) Een boek met massa m wordt door een kracht F tegen een verticale muur geduwd. De wrijvingscoefficient tussen boek en muur is μ. De kracht F maakt een hoek θ ($0 < \theta < \pi/2$) met de normaal op het oppervlak van de muur (zie figuur).



1b.1) Bereken voor gegeven hoek θ de grootte van F waarbij het boek net niet valt.

1b.2) Bereken bij welke waarde van θ deze kracht minimaal is.

1b.3) Druk de bijbehorende waarde van F uit in m, g en μ.
Indien onderdeel b1 niet gevonden is gebruik dan het (foute) antwoord $F = mg/(\cos\theta + \mu\sin\theta)$.

opgave 2: Kracht en potentiele energie (20 punten)

Een deeltje met massa m beweegt langs de positieve x-as. Op het deeltje werken twee krachten: een constante kracht F_1 met grootte $F_1 = b$ gericht naar de oorsprong, en een van de oorsprong af gerichte kracht F_2 met grootte $F_2 = a/x^2$.

a) Bereken de potentiële energie $U(x)$ van de massa op positie x.

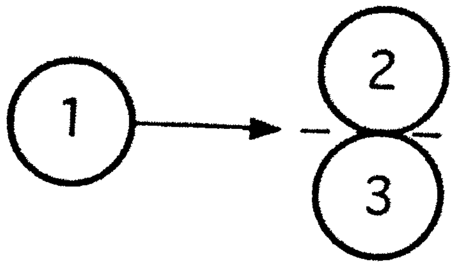
b) Bereken de positie $x=x_0$ waar het deeltje in evenwicht is. Leg uit waarom deze positie stabiel is.

c) Schets de potentiële energie $U(x)$ als functie van x. Neem hierbij aan dat de potentiële energie in het minimum gelijk is aan nul.
Indien onderdeel a niet gevonden is gebruik dan het (foute) antwoord $U(x) = Ax + B/x^2$, met A en B positieve constanten.

d) Het deeltje heeft op de positie $x=x_0$ een snelheid v_0. Stel een vergelijking op waarmee de uiterste punten van de beweging berekend kunnen worden (oplossen niet nodig).

opgave 3: Biljartballen (20 punten)

Twee biljartballen (2 en 3) liggen tegen elkaar aan op de tafel. De stootbal (1) krijgt een richting precies tussen de beide andere ballen in en loodrecht op de verbindingslijn tussen de twee stilstaande ballen. Bal 1 botst volkomen elastisch op ballen 2 en 3.



De snelheid van de stootbal *op het moment van de botsing* is v_0 en is zo groot dat de bal niet rolt, maar over het laken *glijdt*. Alle ballen hebben straal R en massa m.

a) Welke behoudswetten gelden gedurende de botsing en waarom?

b) Teken de situatie vóór en na de botsing in het massamiddelpuntstelsel.

c) Bereken de snelheid van de drie ballen vlak na de botsing in het massamiddelpuntstelsel, gebruikmakend van de symmetrie, en druk je antwoord uit in de gegeven grootheden.

d) Teken de situatie na de botsing in het stelsel van de biljarttafel. Bereken de snelheden van de drie ballen, uitgedrukt in de gegeven grootheden, in dit stelsel.

BONUS: e) De biljarter heeft zo hard gestoten dat de ballen ook na de botsing in eerste instantie over het laken glijden. Noem de snelheid van bal 2 na de botsing v_2, en de kinetische wrijvingscoëfficient tussen bal en laken is μ. Door de wrijving met het laken neemt de snelheid af en gaat de bal na bepaalde tijd rollen. Laat zien dat dit tijdstip gegeven wordt door $t = 2v_2/7\mu g$ (gerekend vanaf de botsing). Bereken ook de snelheid van de bal op dat tijdstip.