

Thermische Fysica 1 (NS-201B)

30 januari 2006

- Opgave 5 kost u niet meer dan een paar minuten, sla deze dan ook zeker niet over, zelfs niet bij tijdnood, het zijn snel verdiende punten.
- Net als in het boek en in het college wordt in dit tentamen met T de absolute temperatuur bedoeld (in Kelvin), en met $\tau = k_B T$ de fundamentele temperatuur (in Joule). Hier is k_B de constante van Boltzmann. Ook noemen we de thermodynamische entropie S (in Joule/Kelvin) en de dimensieloze entropie is $\sigma = S/k_B$. U mag uw eigen voorkeur (per vraag) aanpassen.

Opgave 1

(20 punten)

We beschouwen een enkel vastgeprikte deeltje in evenwicht met een warmtebad op temperatuur τ . Het deeltje kan in 3 mogelijke toestanden zitten, ofwel in de grondtoestand met energie 0, ofwel in de eerste aangeslagen toestand met energie ϵ , ofwel in de tweede aangeslagen toestand met energie 2ϵ . Er geldt dat $\epsilon > 0$.

- Bereken de kanonieke één-deeltjes partitiesom $Z_1(\tau)$.
- Bereken de kans P_0 dat dit deeltje zich in de grondtoestand bevindt, de kans P_1 dat het in de eerste aangeslagen toestand zit, en de kans P_2 dat het in de tweede aangeslagen toestand zit. Zorg voor een goede normering van de kansverdeling.
- Bereken de gemiddelde energie E als functie van τ .
- Bereken zowel de hoge- τ als de lage- τ limietwaarden van E , en bespreek kort waarom deze limietwaarden fysisch (on)redelijk zijn.

Opgave 2

(20 punten)

We beschouwen een klassiek ideaal gas van N puntdeeltjes. Het gas wordt langzaam (reversibel) geëxpandeerd van het begin-volume V_0 naar het eindvolume $2V_0$. De begin-temperatuur is T_0 , en dus is de begin-energie $E_0 = 3Nk_B T_0/2$.

- Geef de druk p_0 in de begintoestand.
- Bestaat E_0 uit kinetische of potentiële energie, of uit een combinatie van beide?
- Bereken de toegevoegde warmte q en de door het gas geleverde arbeid w , voor het geval dat de expansie isotherm verloopt.
- Bereken q en w voor het geval dat de expansie bij constante druk plaatsvindt.
- Bereken alleen q (en dus niet w), voor het geval dat de expansie adiabatisch verloopt.
- Indien de expansie naar de nieuwe toestand irreversibel i.p.v. reversibel geweest zou zijn, zou dan de entropieverandering van het gas groter of kleiner zijn geweest, of even groot?

Opgave 3

(30 punten)

De kanonieke partitiesom van één klassiek deeltje in een drie-dimensionaal volume V bij temperatuur T wordt gegeven door

$$Z_1(V, T) = \frac{1}{h^3} \int_V d\vec{r} \int d\vec{p} \exp \left[-\vec{p}^2 / (2mk_B T) \right],$$

met h de constante van Planck, \vec{r} de positie van het deeltje, en \vec{p} de impuls.

- Geef de integratiegrenzen van \vec{p} , en bereken $Z_1(V, T)$.
- Herschrijf $Z_1(V, T) = V/\Lambda^3$, en geef een uitdrukking voor Λ .

Beschouw nu het geval dat er $N \gg 1$ deeltjes in het volume zitten, die door het hele volume kunnen bewegen en onderling kunnen wisselwerken; het is dus geen ideaal gas. Neem nu aan dat de kanonieke partitiesom voor dit specifieke systeem, geschreven kan worden als

$$Z(N, V, T) = \frac{(V - Nb)^N}{N! \Lambda^{3N}},$$

met $b > 0$ een constante. Neem aan dat $V > Nb$.

- Verklaar de factor $1/N!$ in $Z(N, V, T)$.
- Geef een fysische interpretatie van b .
- Bereken de Helmholtz vrije energie $F(N, V, T)$ van het systeem. Gebruik hierbij de Stirling benadering.
- Bereken de druk p en de chemische potentiaal μ van het systeem.
- Verwacht u dat voor dit systeem een gas-vloeistof evenwicht mogelijk is, of zal het systeem homogeen zijn ongeacht de dichtheid en temperatuur? Motiveer uw antwoord kort.

Opgave 4

(20 punten)

Zij gegeven dat de Gibbs vrije energie $G(T, N, p) = E - ST + pV$ de thermodynamische potentiaal is van een of ander macroscopisch systeem. Hier is E de energie, T de temperatuur, p de druk, N het aantal deeltjes, S de entropie en V het volume.

- Gebruik de Eerste Hoofdwet om te laten zien dat de differentiaal van G gegeven wordt door $dG = -S dT + \mu dN + V dp$, met μ de chemische potentiaal van het gas.
- Gebruik een Maxwell relatie om te laten zien dat

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_{N,p} = - \left(\frac{\partial S}{\partial p} \right)_{N,T}$$

waarbij de variabelen buiten de haakjes constant blijven bij de differentiatie.

- Geef het argument waarom we mogen schrijven $G(T, N, p) = N\mu(p, T)$, en laat hieruit zien dat $d\mu = -s dT + v dp$ met $s = S/N$ en $v = V/N$.
- Welke Legendre transformatie moet op $G(T, N, p)$ uitgevoerd worden om de thermodynamische potentiaal als functie van (T, N, V) te verkrijgen? Geef de bijbehorende differentiaal.

Opgave 5

(10 punten)

Geef zonder berekening een schatting, uiteraard met bijbehorende eenheden, voor (de orde van grootte van)

- a) De kamertemperatuur (in Kelvin);
- b) De thermische energie $k_B T$ bij kamertemperatuur (in Joule);
- c) Het aantal C-atomen in een mol koolstof;
- d) De diameter van een atoom;
- e) De diameter van een colloidaal deeltje;
- f) De hoogte in de aardse atmosfeer waarop de zuurstof- of stikstofconcentratie met een factor e gedaald is t.o.v. de concentratie zeeniveau;
- g) De typische onderlinge afstand tussen buuratomen in een gas bij kamertemperatuur en 1 atmosfeer druk;
- h) De typische tijd die een colloidaal deeltje nodig heeft om zich in stilstaand water door diffusie te verplaatsen over een afstand gelijk aan zijn eigen diameter.
- i) De tripel-punt temperatuur van water.
- j) De standaarddeviatie in het aantal Utrechtse eerstejaars Natuurkunde, gemiddeld zo'n 100.