

Kwantummechanica 2016/17 Deeltoets B

Allard Mosk

Lars Fritz

Nava Gaddam

21 december 2016

Dit is een summatieve toets, die 20% van uw eindcijfer bepaalt. Gebruik van een eenvoudige rekenmachine of een programmeerbare rekenmachine in de examenstand is toegestaan. Een rekenmachine is niet noodzakelijk.

Een *handgeschreven* notitie van maximaal 1 zijde a4 mag bij deze toets gebruikt worden. De tijdslimiet voor de toets is 60 minuten.

Er zijn 16 punten te behalen. Uw cijfer wordt berekend als $10 \times (\text{aantal punten})/16$.

Schrijf a.u.b. op alle bladen die u inlevert uw naam en inschrijfnummer.

1. Kwantummechanische observabelen (6 pt.)

Van een bepaald systeem is de kwantumtoestand $|\psi\rangle$ en zijn A, B observabelen. Gegeven is dat $[A, B] \neq 0$. Beantwoord de volgende vragen met een korte onderbouwing of berekening (alleen "ja" of "nee" wordt niet goed gerekend).

a) (1 pt)

Is $\langle A \rangle$ altijd een reële grootte? (Notatie: $\langle A \rangle \equiv \langle \psi | A | \psi \rangle$)

b) (1 pt)

Is $\langle A \rangle$ altijd ≥ 0 ?

$$A \cos(\kappa b) e^{-\kappa(|x|-b)}$$

c) (1 pt)

Is het mogelijk dat $\langle A^2 \rangle < 0$?

$$i\hbar =$$

d) (1 pt)

Is het mogelijk dat $\langle A \rangle = 0$ terwijl $\langle A^2 \rangle \neq 0$?

e) (1 pt)

Is het mogelijk dat $\langle A \rangle^2 = \langle A^2 \rangle$?

f) (1 pt)

Is AB een hermitische operator?

2. Eindig diepe potentiaalput (8 pt)

Een kwantum met massa m beweegt langs de x -as onder invloed van de eindig diepe blokpotentiaal

$$V(x) = \begin{cases} -V_0 & |x| < b \\ 0 & |x| \geq b \end{cases} \quad (1)$$

De diepte van de put hangt als volgt met de breedte samen:

$$V_0 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{16mb^2} > 0. \quad (2)$$

De volgende golf functie is genormaliseerd:

$$\psi(x) = A \begin{cases} \cos(kx) & |x| < b \\ \cos(kb)e^{-\kappa(|x|-b)} & |x| \geq b. \end{cases} \quad (3)$$

Hierbij is

$$A = \sqrt{\frac{\pi}{(\pi + 4)b}}, \quad k = \kappa = \frac{\pi}{4b}. \quad (4)$$

a) (4 pt)

Voldoet de golf functie aan de randvoorwaarden voor een oplossing van de tijdsafhankelijke Schrödinger vergelijking, met name op $|x| = b$? Toon dit aan met een berekening.

b) (2 pt)

Toon aan dat de gegeven golf functie een energie-eigen toestand is en bereken de eigenwaarde in alle gebieden ($|x| > b$ zowel als $|x| < b$), door $\hat{H}\psi(x)$ te berekenen.

c) (2 pt)

Op een systeem in deze toestand voeren we een meting uit van de positie. Hoe groot is de waarschijnlijkheid dat we een positie in het klassiek verboden gebied $|x| > b$ vinden?

3. Eigenfunctie (2 pt)

a) (2 pt)

Katrien beweert dat de tweede aangeslagen toestand van de harmonische oscillator gegeven is door

$$\psi(x) = N(x^2 + 1)e^{-\frac{x^2}{2a^2}}, \quad (5)$$

waarbij $a > 0$. Heeft zij gelijk? Beargumenteer dit, u hoeft geen berekening uit te voeren. (Hint: Een schets kan wel helpen)