

Quantummechanica 1 (NS-202b)

24 augustus 2004

Ter herinnering (maar het is niet *verplicht* hier gebruik van te maken!):

$$\vec{\sigma} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right\}$$
$$S_{\pm}|l, m\rangle = \hbar\sqrt{l(l+1) - m(m \pm 1)}|l, m \pm 1\rangle$$
$$\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1}{k+1} \right)^6 = \frac{\pi^6}{945}$$
$$\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-t^2} dt = \text{erf}(z)$$
$$\text{erf}(0) = 0, \text{erf}(\infty) = 1, \text{erf}(1) = 0,842701\dots, \text{erf}(2) = 995322\dots$$

Opgave 1

Voor elk van de volgende vragen kan een bondig antwoord volstaan (wees zo volledig als nodig is, maar vermijd irrelevante uitweidingen).

- Waarom is een oplossing van de Schrödingervergelijking voor een vrij deeltje in dimensie 1 voor kinetische energie 0 niet toelaatbaar als het deeltje over de gehele lijn kan bewegen? Geef een voorbeeld van de randvoorwaarden waarbij zo'n oplossing wél aanvaardbaar is.
- Als $\psi(x)$ een oplossing van de tijdsafhankelijke Schrödingervergelijking is, is $e^{i\phi}\psi(x)$ het ook. Wat is de fysische betekenis van deze fasefactor?
- Een deeltje beweegt in een lineaire potentiaal $V(x) = mgx$ (het zwaartekrachtsveld in het laboratorium, x is de hoogte boven de vloer), met een wélbepaalde energie. Hoe zal de golffunctie er (kwalitatief) uitzien?
- Is de golffunctie dimensieloos? Zo ja, waarom? Zo niet, wat is dan de dimensie?
- Bij een meting verandert de golffunctie plotseling ("*collapse of the wave function*"). Wat zegt de quantummechanica over de dynamica van dit verschijnsel?

Opgave 2

Een deeltje van massa m beweegt niet-relativistisch in dimensie 1 in een potentiaal gegeven door $V(x) = -a\delta(x)$, ($a > 0$), waar $\delta(x)$ de gebruikelijke delta-functie voorstelt.

- Vind de gebonden toestanden.
- Stel de S -matrix op.

Opgave 3

De golffunctie van de grondtoestand van een harmonische oscillator met veerconstante k en massa m is

$$\psi_0(x) = (\alpha/\pi)^{1/4} e^{-\alpha x^2/2}, \quad \alpha = m\omega_0/\hbar, \quad \omega_0^2 = k/m.$$

- a) Bepaal de klassieke oplossing.
- b) Vind een (eenvoudige!) uitdrukking voor de waarschijnlijkheid om het deeltje buiten het klassieke bereik aan te treffen.