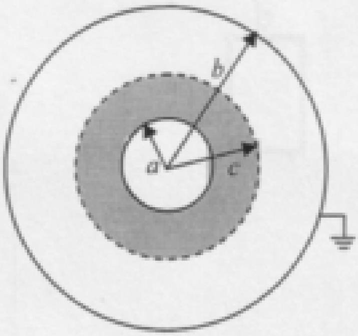
Opgave 1 [totaal 40 p]

Een bolvormige condensator is voor een deel gevuld met een diëlektricum met relatieve permittiviteit ε_r (het grijze gebied in de onderstaande dwarsdoorsnede van de condensator). De rest van de ruimte mag vacuüm worden verondersteld. De straal van het oppervlak van de binnenbol geven we aan met a, de straal van het oppervlak van de buitenbol met b en de straal van het boloppervlak waarbinnen zich het diëlektricum bevindt met c. De beide bollen van de condensator zijn gemaakt van goed geleidend materiaal, waarbij de binnenbol geïsoleerd is opgesteld en een positieve lading Q bevat en de buitenbol geaard is.



a) [8 p.] Gebruik symmetrie-overwegingen om de richting van het $\vec{D}$-veld te bepalen. Bereken tevens de grootte van het $\vec{D}$-veld overal in de ruimte.

b) [8 p.] Bereken het $\vec{E}$-veld overal in de ruimte naar richting en grootte.

c) [8 p.] Bereken de polarisatievektor $\vec{P}$ in het diëlektricum en bepaal hieruit de gebonden ladingsdichtheden ρ_b en σ_b.

d) [8 p.] Bereken het potentiaalverschil V tussen de binnen- en de buitenbol.

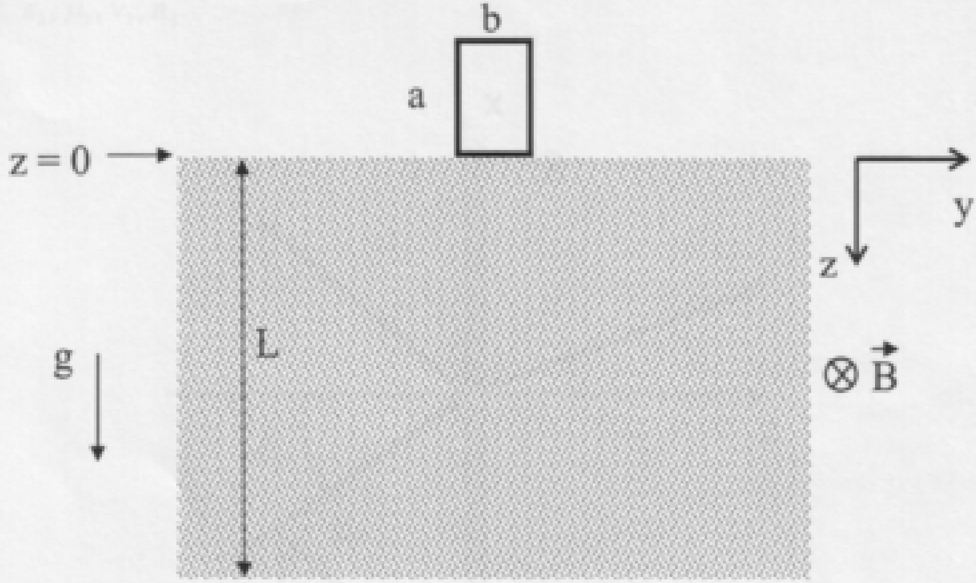
e) [8 p.] Bereken de capaciteit van deze bolcondensator.

Gegeven: de divergentie van een vektor $\vec{A}$ in bolcoördinaten

$$\nabla \cdot \vec{A} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 A_r\right) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta A_\theta\right) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_\phi}{\partial\phi}$$

Opgave 2 [totaal 30 p]

Een rechthoekige stroomkring wordt op tijdstip t=0 losgelaten in het gravitatieveld precies boven een constant magnetisch veld, $\vec{B}$, loodrecht op het gravitatieveld (zie figuur). Het magneetveld loopt van z=0 tot z=L en de positie van de stroomkring wordt bepaald door zijn onderkant. De kring heeft hoogte a (a <<L) en breedte b (a>>b), totale weerstand R en massa m. U mag aannemen dat er geen frictie is en dat de zelfinductie van de kring verwaarloosbaar is. De plaats waar de kring zich bevindt geven we aan met z, waarbij z=0 is gedefinieerd als in onderstaande figuur.



a) [5 p.] Beschrijf kwalitatief alle krachten werkend op de kring tijdens de val voor $z<0$, $z<a$, $a<z<L$, $L<z<(L+a)$ en $z<(L+a)$

b) [5 p.] De fluxverandering in de kring veroorzaakt een elektromotorische kracht, ε, in de kring. Bepaal deze als functie van de snelheid v, het magneetveld $\vec{B}$, en a en b in de vier bovengenoemde gebieden.

c) [5 p.] Bepaal de stroom I(v,B,a,b) in de kring als functie van dezelfde parameters in de vijf gebieden . Geef tevens de richting van de stroom aan.

d) [5 p.] Bepaal alle krachten als functie van dezelfde parameters.

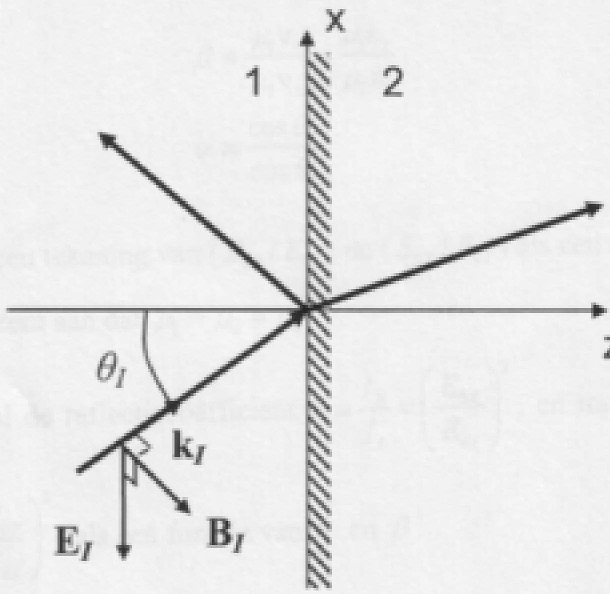
e) [5 p.] Bepaal met behulp van de bewegingsvergelijking de snelheid, v, als een functie van t voor $z \leq a$, en laat zien dat

$$v(t) = \frac{mgR}{B^2b^2}\left[1-\exp\left(\frac{B^2b^2}{mR}t\right)\right]$$

f) [5 p.] Bepaal de stroom I(t) voor $z<a$.

Opgave 3 [totaal 30 p]

Een vlakke monochromatische elektromagnetische golf in medium 1 ($\tilde{\mathbf{E}}_I(\mathbf{r},t)=\tilde{\mathbf{E}}_{0I}e^{i(\mathbf{k}_I\cdot\mathbf{r}-\omega t)}$; $\tilde{\mathbf{B}}_I(\mathbf{r},t)=\frac{1}{\mathrm{v}_1}(\hat{\mathbf{k}}_I\times\tilde{\mathbf{E}}_I)$) valt onder een hoek, θ_I, op het oppervlak van medium 2 (zie tekening). De polarisatie van de golf staat loodrecht (m.a.w. langs de y-as) op het vlak gevormd door de inkomende golf en de gereflecteerde golf ($\tilde{\mathbf{E}}_R(\mathbf{r},t)=\tilde{\mathbf{E}}_{0R}e^{i(\mathbf{k}_R\cdot\mathbf{r}-\omega t)}$). Beide media zijn lineaire media en er zijn geen vrije stromen en ladingen. We geven de permittiviteit, permeabiliteit, lichtsnelheid en brekingsindex van medium 1 aan met, ε_1, μ_1, v_1, n_1 en van medium 2 met, ε_2, μ_2, v_2, n_2



De randvoorwaarden voor de **E** en **B** velden aan het grensvlak tussen medium 1 en 2 zijn:

$$(i)\quad \varepsilon_1(\tilde{\mathbf{E}}_{0I}+\tilde{\mathbf{E}}_{0R})_z=\varepsilon_2(\tilde{\mathbf{E}}_{0T})_z$$

$$(ii)\quad (\tilde{\mathbf{B}}_{0I}+\tilde{\mathbf{B}}_{0R})_z=(\tilde{\mathbf{B}}_{0T})_z$$

$$(iii)\quad (\tilde{\mathbf{E}}_{0I}+\tilde{\mathbf{E}}_{0R})_{x,y}=(\tilde{\mathbf{E}}_{0T})_{x,y}$$

$$(iv)\quad \frac{1}{\mu_1}(\tilde{\mathbf{B}}_{0I}+\tilde{\mathbf{B}}_{0R})_{x,y}=\frac{1}{\mu_2}(\tilde{\mathbf{B}}_{0T})_{x,y}$$

a) [7 1/2 p.] Laat m.b.v. de randvoorwaarden door berekening zien dat de volgende relaties gelden tussen $\tilde{E}_{0I}$, $\tilde{E}_{0R}$ en $\tilde{E}_{0T}$:

$$\tilde{E}_{0I} + \tilde{E}_{0R} = \tilde{E}_{0T}$$

$$\tilde{E}_{0I} + \tilde{E}_{0R} = \left(\frac{v_1 \sin\theta_T}{v_2 \sin\theta_I}\right)\tilde{E}_{0T}$$

$$\tilde{E}_{0I} - \tilde{E}_{0R} = \left(\frac{\mu_1 v_1 \cos\theta_T}{\mu_2 v_2 \cos\theta_I}\right)\tilde{E}_{0T}$$

b) [7 1/2 p.] Druk E_{0R} en E_{0T} uit als een functie van E_{0I} m.b.v. bovenstaande refractie en reflectie wetten. Maak gebruik van de volgende definities:

$$\beta \equiv \frac{\mu_1 v_1}{\mu_2 v_2} = \frac{\mu_1 n_2}{\mu_2 n_1}$$

$$\alpha \equiv \frac{\cos\theta_T}{\cos\theta_I}$$

c) [5 p.] Maak een tekening van (E_{0R}/E_{0I}) en (E_{0T}/E_{0I}) als een functie van θ_I voor $\beta = 2.42$. Neem aan dat $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$.

d) [5 p.] Bepaal de reflectiecoëfficiënt, $R \equiv \frac{I_R}{I_I} = \left(\frac{E_{0R}}{E_{0I}}\right)^2$, en transmissiecoëfficiënt, $T \equiv \frac{I_T}{I_I} = \left(\frac{E_{0T}}{E_{0I}}\right)^2$, als een functie van α en β.

e) [5 p.] Toon aan als $\mu_1 = \mu_2$ er geen θ_I te vinden is waar totale transmissie plaatsvindt (de z.g.n. Brewster hoek). Wat betekent dit voor de mogelijkheid voor totale transmissie van een golf van lineair gepolariseerd licht met een hoek θ_p tussen de polarisatie richting en het vlak gevormd door de inkomende en gereflecteerde golven?