

Tussentoets Mechanica2
donderdag 17 april 2009

Opgave 1: Lekkende emmer (30 punten)

Aan een emmer gevuld met water (totale massa M) wordt vanaf een zeker tijdstip met een constante horizontale kracht F getrokken. Tijdens de beweging verliest de emmer water volgens $\frac{dm}{dt} = -bM$, met andere woorden de afname water is per tijdseenheid constant (M is toegevoegd om het rekenen te vereenvoudigen). De afgelegde weg noemen we x , de beginsnelheid is nul.

- Bereken $v(t)$ zolang er water in de emmer zit.
- Stel dat de emmer water verliest volgens $\frac{dm}{dx} = -bM$. Bereken de snelheid $v(x)$ als functie van de afgelegde weg.
- Stel dat uit de emmer per seconde een massa μ wordt weggespoten met een snelheid v_0 t.o.v. de emmer, in de richting van de kracht F . Bereken $v(t)$ van de emmer.

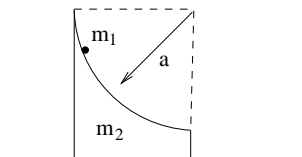
Opgave 2: Deeltje in krachtveld (30 punten)

Een deeltje met massa m beweegt in een plat vlak in een krachtveld $\mathbf{F} = 4x\hat{\mathbf{x}} - 6y\hat{\mathbf{y}}$, waarin $\hat{\mathbf{x}}$ en $\hat{\mathbf{y}}$ eenheidsvectoren zijn in de x en de y richting.

- Toon aan dat dit krachtveld conservatief is.
- Bereken de potentiële energie die bij dit krachtveld hoort.
- Bereken de arbeid, verricht door het krachtveld om het deeltje van $(5,2)$ naar $(2,1)$ te verplaatsen.
- In welk(e) punt(en) is het deeltje in evenwicht? Is dit evenwicht labiel of stabiel?
- Waar is de kracht centraal gericht?
- Geef de baanvergelijking, $x(t)$ en $y(t)$, als het deeltje op $t = 0$ vanuit de oorsprong met snelheid v_0 wordt weggeschoten langs de bissectrix van het eerste kwadrant ($x = y$).

Opgave 3: Glijbaan op glad ijs (40 punten)

Een deeltje met massa m_1 glijdt wrijvingsloos langs een cirkelvormig oppervlak met kromtestraal a . Het oppervlak is onderdeel van een wig met massa m_2 die wrijvingsloos kan bewegen over een horizontaal oppervlak.



- Hoeveel vrijheidsgraden heeft het systeem.
- Kies geschikte coördinaten en geef de Lagrangevergelijking.
- Welke coördinaat is cyclisch en welke behoudswet hoort hierbij.
- Vind de bewegingsvergelijkingen voor de afzonderlijke massa's.

- e) Stel we willen de normaalkracht van de wig op massa m_1 berekenen met behulp van de methode van Lagrange multipliers. Geef de constraintvergelijking in de gekozen coördinaten en geef vervolgens een methode aan om deze normaalkracht te berekenen.