

datum?

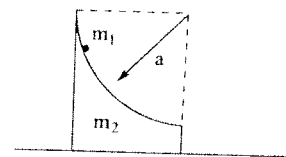
Opgave 1: Deeltje in krachtveld

Een deeltje met massa m beweegt in een plat vlak in een krachtveld $\mathbf{F}(x, y) = (4 - x^2 - y^2)\hat{\mathbf{x}} - (2xy + y^2)\hat{\mathbf{y}}$, waarin $\hat{\mathbf{x}}$ en $\hat{\mathbf{y}}$ eenheidsvectoren zijn in de x - en de y -richting.

- Toon aan dat dit krachtveld conservatief is.
- Bereken de potentiële energie die bij dit krachtveld hoort.
- Bepaal de stabiele evenwichtsstand van het deeltje.
- Bereken de twee hoekfrequenties van kleine trillingen om deze evenwichtsstand in de richting van de x -as en de y -as.

Opgave 2: Glijbaan op glad ijs

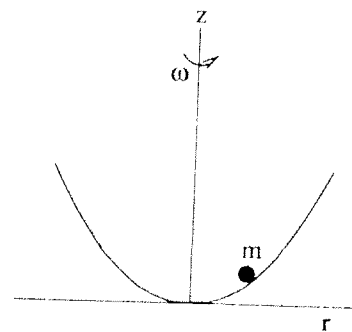
Een deeltje met massa m_1 glijdt wrijvingsloos langs een cirkelvormig oppervlak met straal a . Het oppervlak is onderdeel van een wig met massa m_2 die wrijvingsloos kan bewegen over een horizontaal oppervlak. De beweging van het deeltje is in het verticale vlak.



- Hoeveel vrijheidsgraden heeft het systeem.
- Kies geschikte coördinaten en geef de Lagrangevergelijking.
- Vind de bewegingsvergelijkingen voor de afzonderlijke massa's.
- Bereken de normaalkracht van de wig op massa m_1 met behulp van de methode van Lagrange multipliers.

Opgave 3: Roterende kom

Een kom in de vorm van een omwentelingsparaboloïde ($z = cr^2$), draait om de z -as met hoeksnelheid ω . In de kom beweegt zonder wrijving een voorwerp met massa m . In een meedraaiend coördinatenstelsel S' beweegt het voorwerp op op een gegeven moment richting oorsprong met snelheid v' . De afstand tot de draaias is x'_0 .



- Welke echte en schijnkrachten werken in het draaiende stelsel op het voorwerp. Geef hun richting. Teken de krachten die in het vlak van tekening (x', z') werken.

- b) Bereken de hoeksnelheid ω_0 waarvoor de componenten van de centrifugaalkracht en de zwaartekracht tangentieel aan de baan in de kom, elkaar compenseren. Toon aan dat dit onafhankelijk van de positie x'_0 is.
- c) De kom draait nu rond met hoeksnelheid ω_0 . Laat zien dat uitgaande van de begincondities, in het draaiende coördinatenstelsel de baan in het (x', y') -vlak een cirkel wordt. Hierbij wordt de kromming van de kom zo klein verondersteld dat v' vrijwel in het (x', y') -vlak ligt. Bereken de straal van de cirkel.