Geofysische Stromingsleer (GST)

Woensdag 28 januari 2009, 9:00-12:00

**Ieder onderdeel weegt evenveel voor het eindresultaat.**

# Opgave 1

Beschouw een barotrope atmosferische stroming met snelheidsprofiel

$$U(y) = \frac{U_0}{1 + \frac{y^2}{2L^2}} \tag{1}$$

We onderzoeken de barotrope instabiliteit van deze stroming.

a) Geef een noodzakelijke conditie voor barotrope instabiliteit van een barotrope zonale stroming. Waarom is deze conditie niet automatisch voldoende voor instabiliteit?

b) Schets $U_{yy}$ voor $U_0 > 0$.

c) Bepaal de minimale waarde van $U_0$ waarvoor de stroming instabiel kan zijn.

d) Herhaal onderdeel c) voor het geval dat $U_0 < 0$.

e) Beschrijf het instabiliteits mechanisme en teken het in een schets van de potentiele vorticiteitsgradient van de hele stroming. Doe dit voor het geval $U_0 < 0$, en $U_0$ in absolute waarde groter dan de kritieke waarde nodig voor instabiliteit.

## Opgave 2

We bestuderen de verandering in Rossby golven bij het veranderen van de bodemdiepte. Eerst bestuderen we barotrope golven in een barotroop medium. De quasi-geostrofe potentiele vorticiteitsvergelijking luidt:

$$\frac{dq}{dt_0} = 0 \tag{2}$$

met

$$q = \Delta_0 \psi + \beta y - \frac{1}{R_d^2}\psi \tag{3}$$

a) Leg de fysische betekenis van de verschillende termen in de uitdrukking voor de quasi-geostrofe potentiele vorticiteit uit.

b) Laat zien hoe de strekkingsterm gerelateerd is aan de oppervlakte-uitwijking. Gebruik geostrofie, de definitie van de stroomfunctie en de hydrostatische balans.

c) Leid de dispersierelatie van vlakke Rossby golven af, waarbij

$$\psi = A\cos(kx + ly - \omega t) \tag{4}$$

en $A$ infinitesimaal klein is.

d) Bespreek het voortplantingsmechanisme van zonale Rossby golven (dus $l = 0$).

e) Gebruik je antwoord uit onderdeel d) om te laten zien dat puur meridionale Rossby golven (dus met $k = 0$) niet kunnen bestaan.

f) Neem nu aan dat de golven puur zonaal zijn. Laat zien dat als de hoekfrequentie $\omega$ gegeven is er twee oplossingen voor het golfgetal bestaan (als de diepte groot genoeg is). Wat is het fysische verschil tussen die twee oplossingen? Wat gebeurt er met die tweee oplossingen als de diepte steeds verder afneemt (bij gelijkblijvende $\omega$)? Wat is de fysische betekenis hiervan?

## Opgave 3

Een grote ijsplaat op het noordelijk halfrond breekt over een meridionaal in tweeen. Door warmteafgifte aan de relatief koude atmosfeer neemt de temperatuur in het vrijgekomen water sterk af. Als daarna het ijs weg smelt ontstaat de volgende situatie bij het oorspronkelijke breukvlak, schematisch weergegeven:

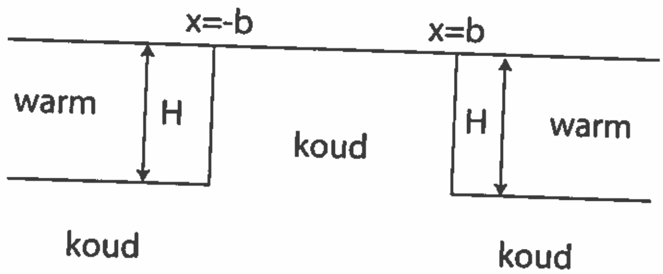


Figure 1: Schets van de beginsituatie van de oceaan na de smelt van het zeeijs.

We bestuderen het aanpassingsprocess van de oceaan met bovenstaande figuur als beginsituatie. We benaderen de dynamica met een gereduceerd-zwaartekrachtsmodel. Omdat de breuk zeer lang was nemen we aan dat alle meridionale afgeleiden nul zijn. Ons dynamisch model reduceert dan tot:

$$u_t + uu_x - fv = -g'\eta_x \tag{5}$$

$$v_t + uv_x + fu = 0 \tag{6}$$

$$h_t + (hu)_x = 0 \tag{7}$$

Hierin is $h = H + \eta$ de dikte van de warme lagen, en $\eta$ de varaitie van het interface tussen warme en koude laag. We proberen de eindtoestand van het aanpassingsprocess te bepalen.

a) Beredeneer waarom het warme water niet uniform over het koude water zal gaan liggen.

b) Maak een schets van $h$ in het vertikale vlak in de eindsituatie die je verwacht als $b$ (zie figuur) veel groter is dan de Rossby deformatiestraal. Geef ook aan hoe het water stroomt.

c) Beredeneer dat de drie bewegingsvergelijkingen in de eindtoestand reduceren tot:

$$-fv = -g'\eta_x \tag{8}$$

$$0 = 0 \tag{9}$$

$$(hu)_x = 0 \tag{10}$$

d) Laat zien dat de interface-uitwijking $\eta$ in de eindtoestand moet voldoen aan

$$\eta_{xx} - \frac{1}{R_d^2}\eta = 0 \tag{11}$$

(Hint: gebruik behoud van potentiele vorticiteit.)

e) Laat zien dat als $B >> R_d$ de oplossing gegeven wordt door

$$\eta = -H \exp\left[-\frac{x-b+a}{R_d}\right] \quad \text{als} \quad x > 0 \tag{12}$$

$$\eta = -H \exp\left[\frac{x+b-a}{R_d}\right] \quad \text{als} \quad x < 0 \tag{13}$$

waarin $a$ de afstand is waarover de fronten deformeren.

f) Bepaal $a$ uit volumebehoud en schets $\eta$.

g) Neem nu aan dat $b$ kleiner is dan de Rossby deformatiestraal. Laat zien dat de oplossing gegeven wordt door:

$$\eta = -\eta_0 \exp\left[-\frac{x}{R_d}\right] \quad \text{als} \quad x > 0 \tag{14}$$

$$\eta = -\eta_0 \exp\left[\frac{x}{R_d}\right] \quad \text{als} \quad x < 0 \tag{15}$$

waarin $\eta_0$ de interface-uitwijking is op $x = 0$.

h) Bepaal $\eta_0$ uit volumebehoud.