

Hertentamen Geofysische Stromingsleer (GST)

Woensdag 18 maart 2009, 9:00-12:00

Ieder onderdeel weegt evenveel voor het eindresultaat.

Opgave 1

- a) Schets de geostrofe balans voor een anticyclon op het noordelijk en het zuidelijk halfrond.
- b) Laat met behulp van geostrofe en de hydrostatische balans zien dat de thermische windrelaties luiden:

$$v_z = -\frac{g\rho_x}{f_0\rho_0} \quad (1)$$

$$u_z = \frac{g\rho_y}{f_0\rho_0} \quad (2)$$

waarin u en v de zonale en meridionale snelheden, ρ is de dichtheid, f_0 de Coriolis parameter, en g de zwaartekrachtsversnelling.

- c) Uit een meting van het verticale dichtheidsprofiel op twee plaatsen in een anticyclon blijkt dat de zonale dichtheidsgradient constant is met de diepte. Bereken de diepte waarop de meridionale snelheid nul is als gegeven is dat de meridionale snelheid aan het oppervlak 1 m s^{-1} is. Gebruik $f_0 = 10^{-4} \text{ s}^{-1}$, $g = 10 \text{ m s}^{-2}$, $\rho_x = 1.024 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^{-4}$, en $\rho_0 = 1024 \text{ kg m}^{-3}$.
- d) Neem nu aan dat de snelheid in de anticyclon aan de bodem 10 cm s^{-1} is. De anticyclon heeft aan de bodem een straal van 100 km . Bereken de verticale Ekman snelheid aan de top van de Ekmanlaag. Gebruik $A_v = 0.1 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$.
- e) Schets de Ekman-geïnduceerde circulatie in het verticale vlak door het centrum van de anticyclon.
- f) Leg uit hoe de anticyclon in sterkte zal afnemen door bodemwrijving terwijl die wrijving verwaarloosbaar is in het inwendige van de oceaan. Gebruik behoud van potentiële vorticeit in het oceaaninwendige.

Opgave 2

We bestuderen Rossby golven in een twee-lagen model van een geofysisch systeem. De quasi-geostrofe potentiële vorticieteitsvergelijkingen luiden:

$$\frac{dq_i}{dt_0} = 0 \quad (3)$$

voor $i = 1, 2$, waarin

$$\begin{aligned} q_1 &= \Delta_0 \psi_1 + \beta y - \frac{1}{R_d^2} (\psi_1 - \psi_2) \\ q_2 &= \Delta_0 \psi_2 + \beta y + \frac{1}{R_d^2} (\psi_1 - \psi_2) \end{aligned} \quad (4)$$

waarin de ongestoorde laagdikte in beide lagen gelijk is aan H .

- a) Gebruik de geostrofe balans en de definitie van de stroomfunctie om een relatie tussen de Montgomery potentiaal en de stroomfunctie te vinden. Gebruik vervolgens de hydrostatische balans voor een twee-lagenmodel, gegeven door:

$$M_2 - M_1 = g\eta(\rho_2 - \rho_1) \quad (5)$$

waarin η de uitwijking van het oppervlak tussen de twee lagen is, om te laten zien dat de laatste term in de uitdrukkingen voor de potentiële vorticeit de strekkingsterm is.

- b) Lineariseer de evolutievergelijkingen voor de potentiële vorticeit in de twee lagen ten opzichte van de rusttoestand (de toestand zonder beweging).
- c) Definieer de barotrope stroomfunctie als $\psi_{BT} = 1/2(\psi_1 + \psi_2)$ en de barocliene stroomfunctie als $\psi_{BC} = \psi_1 - \psi_2$. Lat zien dat de barotrope stroomfunctie voldoet aan:

$$\frac{\partial}{\partial t} \Delta_0 \psi_{BT} + \beta \frac{\partial \psi_{BT}}{\partial x} = 0 \quad (6)$$

en de barocliene stroomfunctie aan:

$$\frac{\partial}{\partial t} \Delta_0 \psi_{BC} + \beta \frac{\partial \psi_{BC}}{\partial x} - \frac{2}{R_d^2} \frac{\partial}{\partial t} \psi_{BC} = 0 \quad (7)$$

- d) Bepaal de dispersierelaties voor barotrope en de barocliene golven van de vorm:

$$\psi = A \cos(kx + ly - \omega t) \quad (8)$$

- e) Waarom vinden we alleen korte barotrope golven?
- f) Verklaar de westwaartse fasesnelheid van de barocliene golven met behulp van potentiële vorticieteitsbehoud. Onderscheid korte en lange Rossby golven.

Opgave 3

We bestuderen de aanpassing van de oceaan aan de situatie gegeven in figuur 1, in een gereduceerdzwaartekrachtmodel van de oceaan.

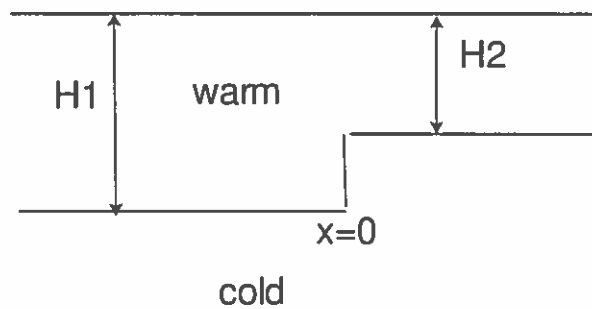


Figure 1: De beginsituatie.

Neem aan dat alle meridionale afgeleiden nul zijn. Ons dynamisch model reduceert dan tot:

$$u_t + uu_x - f_0 v = -g' h_x \quad (9)$$

$$v_t + uv_x + f_0 u = 0 \quad (10)$$

$$h_t + (hu)_x = 0 \quad (11)$$

Hierin is h de dikte van de warme laag. We proberen de eindtoestand van het aanpassingsproces te bepalen.

- Beredeneer waarom het warme water niet uniform over het koude water zal gaan liggen.
- Beredeneer dat de zonale snelheid in de eindtoestand gelijk is aan nul.
- Leid af dat voor die kolommen die oorspronkelijk lengte H_1 hadden, de laagdikte h in de eindtoestand moet voldoen aan

$$h_{xx} - \frac{1}{R_{d1}^2} h + \frac{1}{R_{d1}^2} H_1 = 0 \quad (12)$$

Hierin is $R_{d1}^2 = g' H_1 / f_0^2$. Leid eenzelfde vergelijking af voor kolommen die oorspronkelijk lengte H_2 hadden. Gebruik de definitie $R_{d2}^2 = g' H_2 / f_0^2$. (Hint: gebruik behoud van potentiële vorticeit.)

- d) Noem die positie waarin de twee oplossingen in elkaar overgaan b . Leid af dat de oplossingen voor $x < b$ en $x > b$ gegeven worden door:

$$h = H_1 + A \exp\left[\frac{x}{R_{d1}}\right] \quad \text{als } x < b \quad (13)$$

$$h = H_2 + B \exp\left[-\frac{x}{R_{d2}}\right] \quad \text{als } x > b \quad (14)$$

waarin A en B twee constanten zijn.

- e) Leid uit continuïteit van h en h_x in punt $x = b$ af dat

$$A = -\frac{(H_1 - H_2)}{R_{d1} + R_{d2}} R_{d1} \exp[-a/R_{d1}] \quad (15)$$

- f) Gebruik volumebehoud om aan te tonen dat

$$b = R_{d1} - R_{d2} \quad (16)$$

- g) Schets de oplossing voor h en v als $R_{d1} \approx R_{d2}$.