

Geofysische Stromingsleer (NS-353b) 7 november 2007

N.B. Ieder onderdeel weegt evenveel voor het eindresultaat.

Opgave 1

Beschouw een atmosferische cycloon op het noordelijk halfrond waarbij we aannemen dat de lucht-beweging geostroof is.

- Leg uit wat de geostrofe balans is en schets de krachtenbalans met de snelheid van de luchtdeeltjes.
- Door opwarming aan het aardoppervlak wordt de luchtdruk in het centrum van de cycloon lager. Neemt de rotatiesnelheid van de luchtdeeltjes toe of af? En als de luchtdruk gelijk blijft, maar de aarde langzamer zou gaan draaien? Verklaar je antwoorden.

De geopotential in de cycloon wordt gegeven door:

$$\phi(r) = \phi_a + \phi_0 \frac{r^2 - L^2}{L^2} \quad \text{for } r \leq L \quad (1)$$

- Bepaal de relatieve vorticeit van de luchtdeeltjes in de cycloon als $L = 10^6$ m, $f_0 = 10^{-4}$ s⁻¹ en $\phi_0 = 2.5 \cdot 10^2$ m²s².
- Bereken de gemiddelde relatieve vorticeit in de cycloon als de diameter van de cycloon halveert. (Hint: Gebruik het Kelvin-theorema.) Waarom kun je niet gewoon de lengteschaal L in onderdeel c door 2 delen?

Opgave 2

We bestuderen de profielverandering van een stroming bij een diepteverandering op een f-vlak. De stroom is gegeven door:

$$u(y) = u_0 \frac{L - |y|}{L} \quad \text{voor } -L \leq y \leq L \quad (2)$$

en $u(y) = 0$ voor $|y| > L$. De diepte van de laag is 2000 m, $u_0 = 5$ m s⁻¹, $L = 10^5$ m en $f_0 = 10^{-4}$ s⁻¹.

- Bereken de relatieve en de potentiële vorticeit van de stroming.
- Bereken het oostwaartse volumetransport door de stroming.
- Geef een uitdrukking voor de relatieve vorticeit van de stroming als die een gebied instroomt waar de diepte slechts 1000 m is. Neem aan dat het snelheidsprofiel lineair blijft en dat er geen uitwisseling is tussen het noordelijke en het zuidelijke deel van de stroming. (Hint: Beschouw het noordelijke deel en het zuidelijke deel van de stroming afzonderlijk.)
- Bepaal de breedte van zowel het noordelijke als het zuidelijke deel van de stroming uit massa-behoud.
- Wat gebeurt er als $u_0/L = f_0$?
- Hoe verandert je antwoord bij onderdeel d) *kwalitatief* als het β -effect meegenomen wordt?

Opgave 3

Een sterke cycloon in de atmosfeer genereert een cyclonale schuifkracht over de oceaan van grootte

$$|\boldsymbol{\tau}| = \tau_0 r \exp\left(-\frac{r^2}{L^2}\right) \quad (3)$$

waarin r de radiële coördinaat is, $\tau_0 = 1 \text{ Nm}^{-2}$ en $L = 300 \text{ km}$. Neem aan dat $f = f_0 = 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ en dat de Rossbygetallen in de oceaan veel kleiner dan nul zijn.

- Leid een schatting af van de dikte van de Ekmanlaag in de oceaan. Gebruik de dominante krachtenbalans. Neem de verticale wrijvingscoëfficiënt gelijk aan $A_v = 1 \text{ m}^2\text{s}^{-1}$.
- Bereken de verticale snelheid aan de bodem van de oppervlakte-Ekmanlaag in de oceaan. (Hint: In polaire coördinaten in 2 dimensies geldt

$$\nabla \times \mathbf{a} = \frac{1}{r} \frac{\partial r a_\theta}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial a_r}{\partial \theta} \quad (4)$$

waarin a_θ de component van a in de θ -richting is, en a_r is de component van a in de radiële richting.)

- Leg uit dat hoewel de windschuifspanning via de wrijving alleen direct merkbaar is in de Ekmanlaag, er toch een cycloon in de oceaan ontstaat. Gebruik hiervoor een vorticitetsargument.
- Schets de circulatie in een verticale sectie door de cycloon in de oceaan.
- Verklaar het ontstaan van de cycloon in de oceaan in het inwendige uit de horizontale stroming naar het centrum van de cycloon. Gebruik hiervoor de Corioliskracht op de waterdeeltjes in die horizontale stroming.

Als de cycloon in de oceaan sterker is geworden, gaat wrijving aan de bodem een rol spelen. Vervolgens stelt er zich een stationaire toestand in waarbij de energie uit de wind wordt gedissipeerd aan de bodem.

- Verklaar hoe deze stationaire toestand eruit ziet. Maak gebruik van het vorticitetsargument uit onderdeel c). Neem voor het gemak aan dat de dichtheid van de oceaan constant is in ruimte en tijd.