

Geofysische stromingsleer (NS-353b) 8 november 2006

Opgave 1

We bestuderen de evolutie van een anti-cyclonale oceaانwervel. Daartoe gebruiken we de vortici-teitsvergelijking:

$$\frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} = (\boldsymbol{\omega}_a \cdot \nabla)\mathbf{u} + \frac{\nabla\rho \times \nabla p}{\rho^2},$$

waarin $\boldsymbol{\omega}_a$ de absolute vortici-teitsvector, wrijving is verwaarloosd, en onsamendrukbaarheid van zee-water is verondersteld.

- Geef een bovenaanzicht van de circulatie van deze wervel op het noordelijk halfrond, met de dominante horizontale krachtenbalans.
- In een anticyclonale wervel wordt de druk groter naar het centrum van de wervel toe, terwijl de diepte van de isopycnen (vlakken van gelijke dichtheid) ook toeneemt naar het centrum toe. Schets druk en dichtheid als functie van de afstand tot het centrum van de wervel. Laat zien dat de vortici-teitsvergelijking als gevolg van deze barocliniciteit tegengesteld is aan de richting van dominante horizontale circulatiesnelheid.
- Schets bijbehorende circulatie in een verticaal vlak door het centrum van de wervel als gevolg van de barocliniciteit.
- Laat zien dat de tilting/strechting-term benaderd kan worden als

$$(\boldsymbol{\omega}_a \cdot \nabla)\mathbf{u} \approx f_0\mathbf{u}_z.$$

Maak gebruik van de volgende uitdrukking voor de relatieve vortici-teit

$$\omega^x = w_y - v_z$$

$$\omega^y = u_z - w_x$$

$$\omega^z = v_x - u_y$$

en het kleine Rossby-getal.

- Laat zien dat, als de dominante horizontale circulatiesnelheid kleiner wordt naarmate het dieper is, er een balans mogelijk is waarbij de vortici-teit niet verandert.
- Geef een fysische interpretatie van deze balans.
- Laat zien dat deze balans de geostrofe balans is. (Hint: De Corioliskracht is te schrijven als $-f_0\mathbf{k} \times \mathbf{u}$ met \mathbf{k} de eenheidsvector in de verticaal, en $\nabla \times (\mathbf{k} \times \mathbf{u}) = -(\mathbf{k} \cdot \nabla)\mathbf{u}$.)

Opgave 2

We bestuderen het verval van een atmosferische stroming door wrijving. Het stromingsprofiel in het geostrofe inwendige is gegeven door

$$u_g(y) = u_0 \exp\left[-\frac{(y - y_0)^2}{2L^2}\right]$$

en $v = 0$. De maximale zonale snelheid $u_0 = 50$ m/s, $L = 1000$ km, $f_0 = 10^{-4}$ s $^{-1}$, en de wrijvings-coefficient is $A_v = 4.5$ m 2 s $^{-1}$.

- Bereken de geostrofe relatieve vorticheit van de stroming, geef maximale en minimale waarden en schets het meridonale profiel.
- Bereken de verticale snelheid in het geostrofe inwendige als gevolg van Ekman dynamica en bepaal weer minimale en maximale waarden.
- Schets de stroming in het $y - z$ vlak als gevolg van de Ekmandynamica.
- Leg uit dat, hoewel de wrijving in het inwendige verwaarloosbaar is, de snelheid in het inwendige toch af kan nemen door deze stroming uit onderdeel *c*. Maak gebruik van de impulsbalans.
- Herhaal *d* maar maak nu gebruik van de vorticheitsdynamica.

Opgave 3

Beschouw het ondiep-watermodel voor een geofysisch gas of geofysische vloeistof. De vorticheitsvergelijking luidt

$$\zeta_t + u\zeta_x + v\zeta_y + \beta v + (\zeta + f)(u_x + v_y) = A_v \zeta_{zz} \quad (1)$$

waarin de relatieve vorticheit $\zeta = v_x - u_y$ en $f = f_0 + \beta y$ is de planetaire vorticheit. De laagdikte is $h = H + \eta$, waarin η de oppervlakte-uitwijking is.

- Bepaal de orde van grootte van iedere term, met behulp van karakteristieke tijdschaal T , snelheidschaal U , lengteschaal L en f_0 en β .
- Bepaal de dominante balans als de Rossby-getallen en het Ekman-getal klein zijn, zowel dimensionloos als met dimensies.
- Hoe is deze dominante balans gerelateerd aan de geostrofe balans?
- Gebruik de geostrofe balans om de relatieve vorticheit van de geostrofe snelheid uit te drukken in de oppervlakte-uitwijking η .
- Elimineer de horizontale divergentie van het snelheidsveld (1) met behulp van de continuïteitsvergelijking en leid een vergelijking af waarin alleen η nog als onbekende voorkomt. Verwaarloos de wrijving.
- Laat zien dat als het Rossby-getal klein is, en $\beta y \ll f_0$ en $\eta \ll H$, deze vergelijking reduceert tot

$$\frac{d}{dt}[\Delta\eta] + \beta\eta_x - \frac{f_0^2}{gH} \frac{d\eta}{dt} = 0.$$

- Laat zien dat deze vergelijking te schrijven is als

$$\frac{d}{dt} \left[\Delta\eta - \frac{f_0^2}{gH} \eta + \frac{f_0 \beta y}{g} \right] = 0.$$

- We bestuderen de verplaatsing van een wervel in de atmosfeer ($H = 9$ km) met een oppervlakte (of tropopauze)-uitwijking $\eta = 100$ km, en een karakteristieke lengteschaal $L = 500$ km, zodat de relative vorticheit benaderd kan worden met $\Delta\eta \approx -\eta/L^2$. Kies $f_0 = 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ en $\beta = 2 \times 10^{-11} \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-1}$. Maak een schatting van de meridionale verplaatsing van zo'n wervel als die met behoud van z'n potentiële vorticheit naar z'n evenwichts breedtegraad beweegt. De evenwichts breedtegraad is die waarbij $\eta = 0$.
- Leg uit waarom cyclonen naar de polen en anticyclonen naar het zuiden zullen bewegen.