Uitwerking tentamen THERMISCHE FYSICA 2A

Woensdag 24 oktober 2001

Opgave 1: Begrippen (35 punten)

a) De multipliciteit $\Omega(N, E)$ gebruiken we voor systemen die geen energie en deeltjes kunnen uitwisselen met de omgeving. De energie is constant. Elke microtoestand die behoort bij die energie (en bereikbaar is) heeft een waarschijnlijkheid $1/\Omega$.

   De toestandssom gebruiken we voor systemen die geen deeltjes maar wel energie kunnen uitwisselen met een warmtereservoir met een constante temperatuur. De energie van het systeem is dus niet constant. De kans op bezetting van een toestand met energie ϵ wordt gegeven door de Boltzmann-factor $\exp(-\epsilon/kT)/Z$.

b) Bij een systeem van N onderscheidbare identieke deeltjes geldt $Z = Z_1^N$. Echter als deeltjes onderling van ééndeeltjestoestand wisselen (zoals bij een gas) blijft de toestand van het systeem als geheel onveranderd. We tellen dan teveel toestanden en moeten corrigeren door te delen door het aantal mogelijke permutaties. Dit gaat fout als we ook de mogelijkheid meenemen dat deeltjes in *dezelfde* ééndeeltjestoestand kunnen zitten. Bij gassen gebeurt dit bij lage temperaturen.

c) Chemisch evenwicht betekent dat de chemische potentiaal $\mu(h)$ constant, dus onafhankelijk van de hoogte is. Voor een gasmolecuul met massa m:

$$\mu(h) + mgh = \mu(h = 0) \tag{1}$$

$$\tau \log(n(h)/n_Q) + mgh = \tau \log(n(h = 0)/n_Q) \tag{2}$$

$$n(h) = n(0) \exp(-mgh/\tau) \tag{3}$$

   Met ideale gaswet $P = n\tau$ volgt hieruit $p(h) = p_0 \exp(-mgh/\tau)$.

Opgave 2: Rotaties van twee-atomige gassen. (35 punten)

a) $Z_1(\tau) = \sum_{j=0}^{\infty}(2j+1)\exp(-j(j+1)\epsilon_0/\tau)$.

b) In de limiet $\tau \gg \epsilon_0$: $Z = \int_0^{\infty}(2x+1)\exp(-x(x+1)\epsilon_0/\tau)dx$
$= \int_0^{\infty}\exp(-x(x+1)\epsilon_0/\tau)d(x(x+1)) = \tau/\epsilon_0$

c) In de limiet $\tau \ll \epsilon_0$: $Z(\tau) = 1 + 3\exp(-2\epsilon_0/\tau)$.

d) $U = \tau^2 \frac{d\log\tau}{d\tau} = \tau$ (hoge temperatuur, per deeltje) en $U = \frac{3\epsilon_0\exp(-2\epsilon_0/\tau)}{1+3\exp(-2\epsilon_0/\tau)}$ (lage temperatuur) . $C_v = 1$ en $C_v = \frac{6\epsilon^2\exp(2\epsilon/\tau)}{\tau^2(\exp(2\epsilon/\tau)+3)^2}$

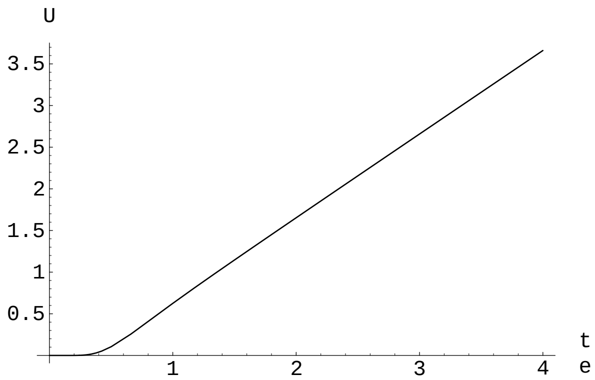

Figure 1: Schets van U tegen $\frac{\tau}{\epsilon}$

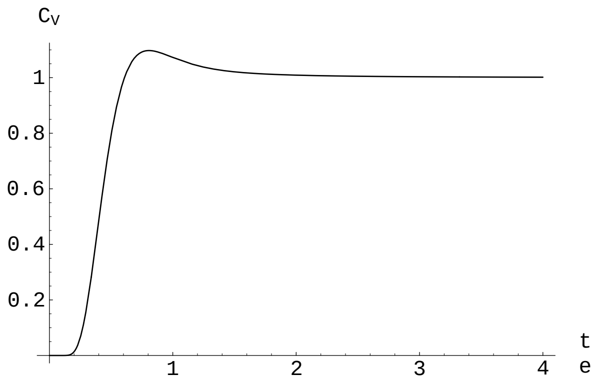

Figure 2: Schets van C_V tegen $\frac{\tau}{\epsilon}$

Opgave 3: Stralingsdruk (30 punten)

a) In een reversibel thermodynamisch proces waarbij het volume en eventuele externe krachten constant zijn wordt geen arbeid geleverd en verandert de interne energie alleen door het toe of afvoeren van warmte. Aangezien bij dit proces de energieën van de deeljestoestanden niet veranderen moet de eerste term van van vgl. (1) gelijk zijn aan de warmte. De tweede term moet dan overeenkomen met de arbeid.

b) fotonenergie:

$$\hbar\omega_s = pc = \frac{hc}{2L}n \text{ met } L = V^{1/3} \tag{4}$$

$$\frac{d\omega_s}{dV} = -\frac{1}{3V}\omega_s \tag{5}$$

$$P = \frac{1}{3V}\sum_s \hbar\omega_s n_s = \frac{U}{3V}. \tag{6}$$

c) stralingsdruk $P \approx 4 \times 10^{13}$ N/m^2= 4×10^8 atm.

gasdruk: $P \approx 16 \times 10^{13}$ N/m^2= 16×10^8 atm.