

## Tentamen Thermische Fysica 2 (NS355B) 09 november 2006

### Opgave 1: Klassiek gas met interne vrijheidsgraden

Beschouw een gas van  $N$  atomen in een volume  $V$ . De atomen hebben een massa  $m$  en een spin  $s = 1/2$ . De gemiddelde dichtheid  $n = N/V$  van het gas is veel lager dan de quantum dichtheid  $n_Q$ , zodat het gas als een klassiek ideaal gas beschouwd kan worden. Voor de quantum dichtheid geldt  $n_Q = 1/\Lambda^3$ , met  $\Lambda = \sqrt{2\pi\hbar^2/mk_B T}$  de thermische de Broglie golflengte van de atomen en  $T$  de temperatuur van het gas. We zetten het gas ook in een homogeen magneetveld  $B$ , zodat de spintoestanden  $|1/2, m\rangle$  van het atoom een energie hebben die gelijk is aan

$$\epsilon_m = -\mu_B m B, \quad (1)$$

met  $m = \pm 1/2$  en  $\mu_B/2$  het magnetisch moment van het atoom.

- a) Laat zien dat de partitiefunctie van één atoom gelijk is aan

$$Z_1 = V n_Q Z_{int}, \quad (2)$$

met  $Z_{int} = \sum_m e^{-\epsilon_m/k_B T}$  de ‘interne’ partitiefunctie.

- b) Laat vervolgens zien dat de thermodynamische potentiaal  $\Omega \equiv -k_B T \log(Z_{gr})$  van het gas gegeven wordt door

$$\Omega = -k_B T e^{\mu/k_B T} V n_Q Z_{int}, \quad (3)$$

met  $\mu$  de chemische potentiaal.

- c) Bepaal nu de chemische potentiaal  $\mu$  en de druk  $p$  van het gas als functie van de gemiddelde dichtheid  $n$  en de ‘interne’ vrije energie  $F_{int} \equiv -k_B T \log(Z_{int})$ . Geef een fysische interpretatie van uw antwoord.
- d) De magnetisatie  $M$  van het gas is gedefiniëerd als  $M \equiv \mu_B \sum_m m N_m$ , met  $N_m$  het gemiddeld aantal deeltjes in de spintoestand  $|1/2, m\rangle$ . Laat zien dat de magnetisatie berekend kan worden met behulp van

$$M = - \left. \frac{\partial \Omega}{\partial B} \right|_{T, \mu}. \quad (4)$$

- e) Bepaal nu de magnetisatie  $M$  van het gas als functie van het magneetveld  $B$  en schets het resultaat in een grafiek. (Als u problemen hebt met de expliciete berekening, geef dan een schets van het resultaat dat u fysisch verwacht.) Geef een fysische interpretatie van uw antwoord.