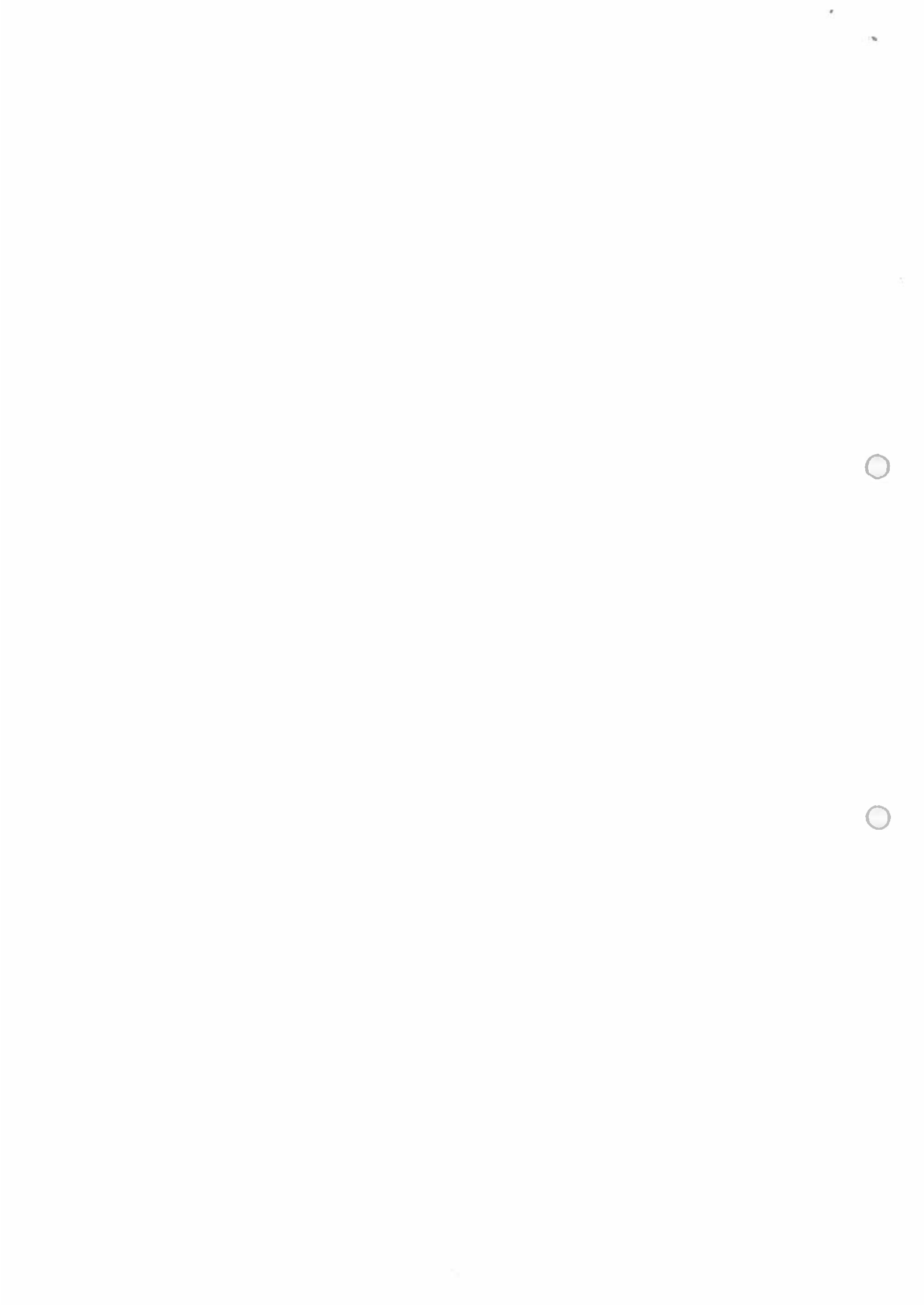


INSTITUUT VOOR THEORETISCHE FYSICA  
UNIVERSITEIT UTRECHT

TENTAMEN QUANTUM MECHANICA 2

Dinsdag 17 maart 2009, 15.00-18.00 uur

- 1) Schrijf op ieder vel uw naam en voorletters, en op het eerste vel bovendien uw adres, postcode en studierichting.
- 2) Schrijf duidelijk. Onduidelijk schrift wordt niet nagekeken!
- 3) Alleen de werkkollegedictaten *Opgaven bij Quantummechanica 2* mogen bij het tentamen gebruikt worden.



### Opgave 1: Spin-baan koppeling

Beschouw een deeltje met spin  $1/2$  dat zich alleen in het  $XY$ -vlak kan bewegen en bovendien opgesloten is in een externe potentiaal. Ten gevolge van spin-baan koppeling wordt de Hamiltoniaan van het deeltje gegeven door

$$\hat{H} = \frac{1}{2I} \hat{L}_z^2 + \frac{2\alpha_{SB}\mu}{\hbar} \hat{L}_z \hat{S}_z, \quad (1)$$

met  $I$  het traagheidsmoment van het deeltje,  $\alpha_{SB}$  een constante en  $\mu$  de grootte van het magnetisch moment van het deeltje. Verder is  $\hat{\mathbf{L}} = (\hat{L}_x, \hat{L}_y, \hat{L}_z)$  de drie-dimensionale vector van baan-impulsmomentoperatoren en  $\hat{\mathbf{S}} = (\hat{S}_x, \hat{S}_y, \hat{S}_z)$  de drie-dimensionale vector van spinoperatoren.

- Bepaal de eigentoestanden en eigenwaarden van deze Hamiltoniaan als er geen spin-baan koppeling is, d.w.z. als  $\alpha_{SB} = 0$ . Wat is de ontvaardingsgraad van elk energieniveau?
- Met spin-baan koppeling verandert de ontvaardingsgraad. Geef de eigentoestanden, de eigenwaarden, en de ontvaardingsgraad van elk energieniveau voor de volledige Hamiltoniaan, dus voor  $\alpha_{SB} \neq 0$ .
- Geef de grootte en richting van het effectieve magneetveld ( $\mathbf{B}^{\text{eff}}$ ) dat de spin van het deeltje voelt, als het baan deel van de golf functie gelijk is aan één van zijn eigentoestanden.

Beschouw nu het algemene drie-dimensionale geval met de Hamiltoniaan

$$\hat{H} = \frac{1}{2I} \hat{\mathbf{L}}^2 + \frac{2\alpha_{SB}\mu}{\hbar} \hat{\mathbf{L}} \cdot \hat{\mathbf{S}}, \quad (2)$$

- Bepaal de eigentoestanden en eigenwaarden van deze Hamiltoniaan als er geen spin-baan koppeling is, d.w.z. als  $\alpha_{SB} = 0$ . Wat is de ontvaardingsgraad van elk energieniveau?
- Met spin-baan koppeling verandert de ontvaardingsgraad. Geef de eigentoestanden, de eigenwaarden, en de ontvaardingsgraad van elk energieniveau voor de volledige Hamiltoniaan, dus voor  $\alpha_{SB} \neq 0$ .

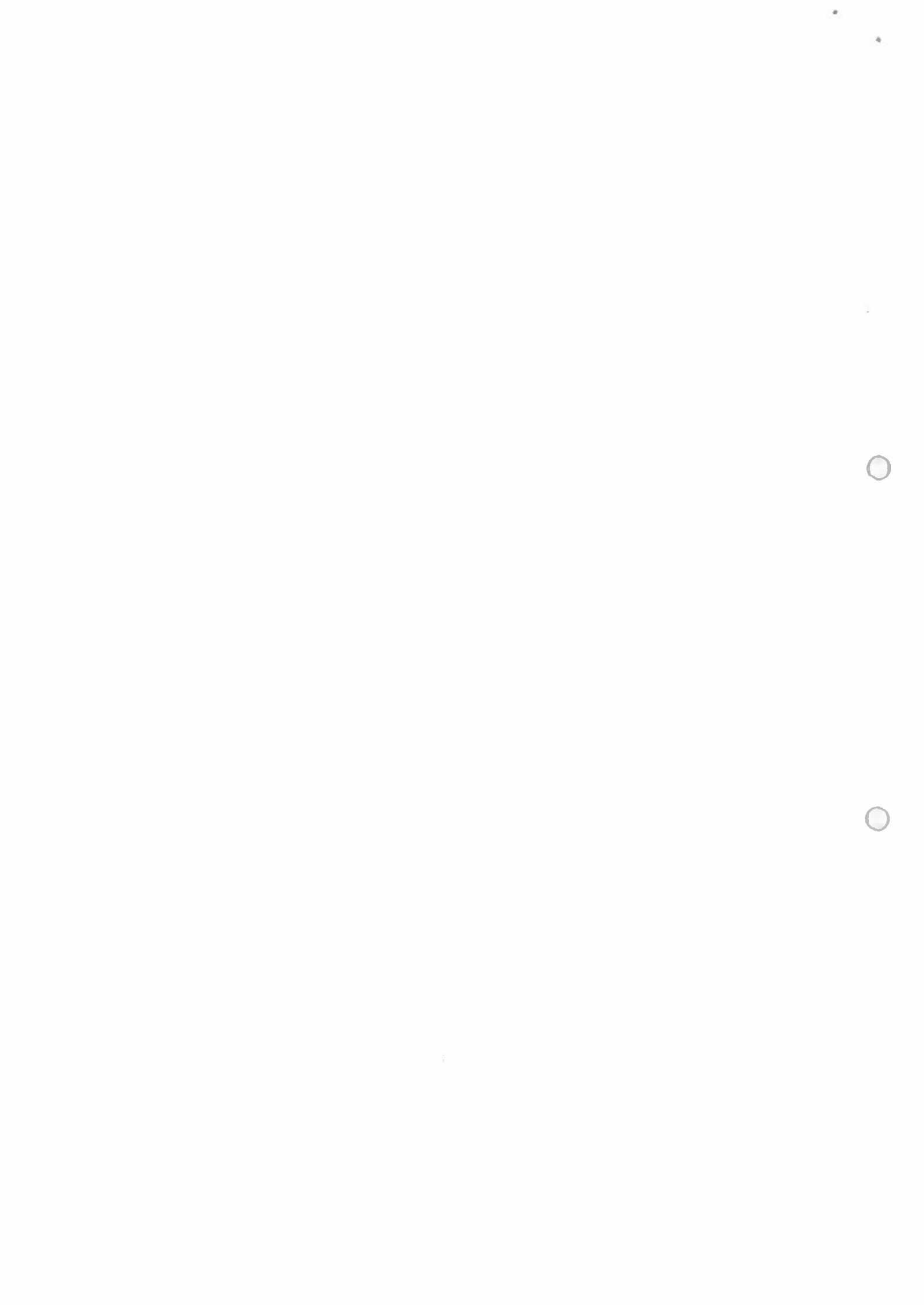
### Opgave 2: Variatierekening

Beschouw de een-dimensionale tijdsafhankelijke Schrödinger vergelijking

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + Ax^4 \right\} \Psi(x) = E\Psi(x), \quad (3)$$

voor een deeltje met massa  $m$  in de potentiaal  $V(x) = Ax^4$ , met  $A > 0$ .

- Bedenk een fysisch relevante probeer-golf functie met één variationele parameter  $\alpha$  en beargumenteer uw keuze. Bepaal hiermee een benadering voor de energie en de golf functie van de grondtoestand van de potentiaal.



- b) Geef ook een fysisch relevante probeer-golffunctie met één variationele parameter voor de eerste aangeslagen toestand in de potentiaal en beargumenteer wederom uw keuze voor deze probeer-golffunctie. U hoeft de variatierekening in dit geval niet uit te voeren!
- c) Voeg nu aan de potentiaal  $V(x) = Ax^4$  de storingsterm  $Bx^2$  toe. Bepaal met behulp van uw probeer-golffunctie uit onderdeel a) tot op eerste orde in  $B$  de verandering van de grondtoestandsenergie. Geef een conditie op  $B$ , in termen van  $m$  en  $A$ , voor wanneer deze storingsrekening geoorloofd is.

