

Grondslagen van de quantummechanica (NS-HP428m) 30 januari 2009

Opgave 1

Laat \mathcal{H}_1 de Hilbertruimte van een objectsysteem zijn en Q een observabele van dit systeem. Laat \mathcal{H}_2 de Hilbertruimte van een meetapparaat dat geschikt is om Q te meten met behulp van een wijzerobservabele R . We nemen aan dat zowel Q als R niet-ontaard zijn en een discreet spectrum hebben, en dat $\dim \mathcal{H}_1 = \dim \mathcal{H}_2$.

- Hoe ontwikkelt de toestand van het samengestelde systeem zich bij een ideale meetinteractie volgens von Neumann?
- Laat U de operator op de tensorproductruimte $\mathcal{H}_1 \otimes \mathcal{H}_2$ zijn van de vorm

$$U = \sum_{mn} |q_m\rangle |r_{m+n}\rangle \langle q_m| \langle r_n|$$

waarbij $|q_m\rangle$ en $|r_n\rangle$ de eigenvectoren van Q en R voorstellen. Laat zien dat U unitair is. Laat ook zien dat U de evolutie in het ideale meetproces tweeebrengt.

- Wat wordt bedoeld met het meetprobleem? Betrek de katparadox van Schrödinger in uw antwoord.
- Geef een beknopte bespreking van twee mogelijke opties om het meetprobleem op te lossen. Noem hierbij sterke en zwakke punten van deze opties.

Opgave 2

Preparator A beschikt over twee deeltjesbronnen. De eerste bron levert elektronen met spin omhoog in de z -richting (toestand $|u\rangle$); de andere bron levert elektronen met spin omlaag (toestand $|v\rangle$). Hij gooit met een zuivere munt om te beslissen welke deeltjesbron aangezet wordt (bij ieder deeltje opnieuw), en zendt dit deeltje door een spleet.

Preparator B beschikt over een bron die een ensemble van deeltjesparen in een singlettoestand

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|u\rangle|v\rangle - |v\rangle|u\rangle) \quad (1)$$

uitzendt. Hij schermt een lid van het deeltjespaar af en levert het andere af door een spleet.

- Geef voor beide preparatiemethoden de resulterende quantummechanische toestand.
- Stel een experimentator ontvangt een bundel elektronen die hetzij door A , hetzij door B is geprepareerd. Kan hij door experimenten aan deze bundel dit onderscheid terugvinden? Licht uw antwoord toe.
- Preparator C produceert elektronen in de toestand

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|u\rangle + |v\rangle)$$

Kan het resultaat van deze preparatieprocedure empirisch van die van A onderscheiden worden? Zo ja, geef een voorbeeld van een observabele waarmee dit onderscheid gemaakt kan worden.

Opgave 3

- a) Wat is de doelstelling van een verborgen-variabelentheorie?
- b) Onder welke aannames liet Von Neumann zien dat een zo'n verborgen-variabelentheorie onmogelijk was? Laat zien dat deze aannames inderdaad een verborgen-variabelentheorie uitsluiten. Bespreek de redelijkheid van deze aannames.
- c) Formuleer de stelling van Gleason. Wat is de relevantie van deze stelling voor de mogelijkheid van een verborgen-variabelentheorie?
- d) Wat wordt verstaan onder een contextuele verborgen-variabelentheorie? Bediscussieer hoe de relevantie van de stelling van Gleason door de introductie van contextualiteit verandert.

Opgave 4

- a) Leidt de Bell-ongelijkheid af voor een stochastische verborgen-variabelentheorie. Geef duidelijk aan welke aannames hierbij gebruikt worden.
- b) Bespreek de motivatie van de zojuist genoemde aannames.