

## Wat is Wiskunde, eerste deeltentamen (WISB101) 11 november 2004

### Opgave 1

Construeer waarheidstabellen voor de onderstaande expressies:

- a)  $(P \rightarrow \neg Q) \leftrightarrow (P \wedge Q)$ .
- b)  $(P \wedge Q \rightarrow R) \wedge \neg P$ .

### Opgave 2

Geef een bewijs of een tegenvoorbeeld van de volgende beweringen:

- a) Zij  $A, B, C$  deelverzamelingen van een verzameling  $U$ . Dan

$$A - B \subseteq (A - C) \cup (C - B).$$

- b) Zij  $A_n = \{x \in \mathbb{R} : 1 \leq x \leq 2 - \frac{1}{n}\}$ ,  $n \geq 1$ . Dan

$$\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n = \{x \in \mathbb{R} : 1 \leq x < 2\}.$$

### Opgave 3

Definieer  $a_1 = a_2 = a_3 = 1$  en  $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3}$  voor  $n \geq 4$ . Bewijs dat  $a_n \leq 2^{n-2}$  voor alle  $n \geq 2$ .

### Opgave 4

Zij  $X = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : xy > 0\}$ . Definieer de relatie  $\sim$  op  $X$  als volgt:

$$(a, b) \sim (c, d) \quad \text{als} \quad \frac{b}{a} = \frac{d}{c}.$$

- a) Bewijs dat  $\sim$  een equivalentierelatie is.
- b) Bepaal de equivalentieklasse van het punt  $(1, 1)$ .
- c) Geef een meetkundige beschrijving van de equivalentieklassen van  $\sim$ .

### Opgave 5

- a) Bepaal een  $x \in \mathbb{Z}$  zodat  $17x + 3$  deelbaar is door 19.
- b) Bepaal alle oplossingen  $x, y \in \mathbb{Z}$  van de vergelijking  $17x + 19y = 3$ .

### Opgave 6

Gegeven dat  $a, b, c$  natuurlijke getallen zijn met  $a$  en  $b$  relatief priem en  $c$  een deler van  $a + b$ .

- a) Laat zien dat  $\text{ggd}(a, c) = \text{ggd}(b, c) = 1$ .
- b) Laat zien dat  $\text{ggd}(ab, c) = 1$ .