

## Hertentamen Wat is Wiskunde A (WISB101) 3 januari 2007

- Zet op elk blaadje dat je inlevert je naam en studentnummer. Zet op het eerste blad ook de naam van je docent.
- Alle opgaven tellen even zwaar. Als je een onderdeel van een opgave niet kunt maken, mag je dat onderdeel toch in de volgende onderdelen gebruiken.
- Geef niet alleen antwoorden, maar laat ook zien hoe je eraan gekomen bent. Het gebruik van computer, dictaat, boeken of aantekeningen is niet toegestaan.

### Opgave 1

Ga met behulp van waarheidstafels na of de volgende twee expressies tautologien zijn. Bewijs je bewering.

- $((P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R)) \rightarrow (P \rightarrow R)$ .
- $((P \vee \neg Q) \wedge (R \rightarrow Q)) \rightarrow Q$ .

### Opgave 2

Geef een bewijs of een tegenvoorbeeld van de volgende beweringen:

- Als  $A - B \subseteq C$ , dan is  $A - C \subseteq B$ .
- $(A - (B - C)) = (A - B) \cup (A \cap B \cap C)$ .

### Opgave 3

Zij  $n \geq 4$ . Bewijs met volledige inductie dat  $4^n \geq n^4$ .

### Opgave 4

Zij  $V$  de verzameling continue functies van  $[0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ . Definieer de volgende relaties op  $V$ :

- $f \sim_1 g \iff f(x) - g(x) = 0$  heeft geen oplossing in  $[0, 1]$ .  
 $f \sim_2 g \iff f(x) - g(x) = 0$  heeft tenminste één oplossing in  $[0, 1]$ .  
 $f \sim_3 g \iff f(x) - g(x) \geq 0$  voor alle  $x \in [0, 1]$ .

Ga voor elke van deze relaties na of hij reflexief is, en/of symmetrisch, en/of transitief.

### Opgave 5

Bepaal alle oplossingen in  $\mathbb{Z}$  van  $2007x + 666y = 99$ .

### Opgave 6

Laat  $a_1, a_2, \dots, a_n \in \mathbb{N}$ . Zij  $ggd_n(a_1, a_2, \dots, a_n)$  het grootste gehele getal dat  $a_1$  tot en met  $a_n$  deelt. Zij  $kgv_n(a_1, a_2, \dots, a_n)$  het kleinste positieve gehele getal dat een veelvoud is van  $a_1$  tot en met  $a_n$ .

- Bewijs of vind een tegenvoorbeeld:  $ggd_3(a, b, c) = ggd_2(ggd_2(a, b), c)$ .
- Bewijs of vind een tegenvoorbeeld:  $kgv_3(a, b, c) \cdot ggd_3(a, b, c) = abc$ .