

## Wat is Wiskunde A (WSIB101) 20 december 2004

*Opmerking:* Alle opgaven tellen even zwaar.

### Opgave 1

- a) Construeer de waarheidstabel van:  $(P \wedge \neg Q) \wedge (P \rightarrow R)$ .
- b) Construeer een propositie in  $P$  en  $Q$  (met behulp van de tekens  $\neg, \wedge, \vee$  en haakjes), met de onderstaande waarheidstabel.

$P$	$Q$	propositie
T	T	F
T	F	T
F	T	T
F	F	F

### Opgave 2

Gegeven zijn de verzamelingen  $A$ ,  $B$  en  $C$ .

- a) Bewijs, dat  $A \cap (B \cup C) \subset (A \cap B) \cup C$ .
- b) Bewijs of geef een tegenvoorbeeld:  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C$ .

### Opgave 3

Definieer de relatie  $\sim$  op  $\mathbb{Z}$  als volgt:

$$a \sim b \quad \text{als} \quad a^2 = b^2$$

- a) Bewijs dat  $\sim$  een equivalentierelatie is.
- b) Bepaal de equivalentieklasse van het element 0.
- c) Bepaal de equivalentieklasse van het element 1 en de overige equivalentieklassen.

### Opgave 4

Bewijs met volledige inductie dat voor elk natuurlijk getal  $n$  geldt dat  $3^{2n-1} + 7^{2n-1}$  deelbaar is door 10.

### Opgave 5

- a) Geef alle geheeltallige oplossingen van de vergelijking  $34x + 26y = 100$ .
- b) Laat  $c$  een geheel getal zijn. Bepaal alle waarden van  $c$  waarvoor de vergelijking  $34x + 26y = c$  minstens één oplossing heeft.

## Opgave 6

- a) Gegeven zijn gehele getallen  $p$  en  $q$  met de eigenschap dat  $p^2 + q^2$  deelbaar is door 3. Toon aan, dat zowel  $p$  als  $q$  deelbaar is door 3.
- b) Gegeven zijn gehele getallen  $a$ ,  $b$  en  $c$  met de eigenschap dat  $a^2 + b^2 + c^2$  deelbaar is door 5. Toon aan, dat minstens één van de  $a, b, c$  deelbaar is door 5.