

## Hertentamen Wat is Wiskunde A (WISB101) 4 januari 2006

- Zet op elk blaadje dat je inlevert je naam en studentnummer. Zet op het eerste blad ook de naam van je docent.
- Alle opgaven tellen even zwaar. Als je een onderdeel van een opgave niet kunt maken, mag je dat onderdeel toch in de volgende onderdelen gebruiken.
- Geef niet alleen antwoorden, maar laat ook zien hoe je eraan gekomen bent. Het gebruik van computer, dictaat, boeken of aantekeningen is niet toegestaan.

### Opgave 1

Ga met behulp van waarheidstafels na of de volgende twee expressies tautologieën zijn. Bewijs je bewering.

- $((P \wedge \neg Q) \vee R) \rightarrow ((Q \rightarrow R) \rightarrow P)$ .
- $(P \leftrightarrow Q) \rightarrow (R \wedge P \leftrightarrow R \wedge Q)$ .

### Opgave 2

Geef een bewijs of een tegenvoorbeeld van de volgende beweringen:

- $(A \cup B) - (A \cap B) = (A - B) \cup (B - A)$ .
- $(C - A) \cap B \subseteq (A \cup B) \cap C$

### Opgave 3

Zij  $n \geq 2$ . Vind en bewijs met volledige inductie een formule voor het product  $(1 - \frac{1}{4})(1 - \frac{1}{9}) \dots (1 - \frac{1}{n^2})$ .

### Opgave 4

Definieer de relatie  $\sim$  op  $\mathbb{Z}$  als volgt:  $x \sim y$  als  $x^2 - y^2$  deelbaar is door 5.

- Bewijs dat  $\sim$  een equivalentierelatie is.
- Hoeveel equivalentieklassen zijn er? Bepaal al deze equivalentieklassen.

### Opgave 5

Bepaal alle oplossingen in  $\mathbb{Z}$  van  $49x + 70y = 21$ .

### Opgave 6

- Laten  $m, n \in \mathbb{Z}$ . Bewijs: als  $mn + 1$  deelbaar is door 3, dan is  $m + n$  deelbaar door 3.
- Laat zien dat de uitspraak die je krijgt als je in onderdeel a) ‘deelbaar door 3’ vervangt door ‘deelbaar door 5’, niet waar is.