

IN ELEKTRONISCHE FORM BESCHIKBAAR GEMAAKT DOOR DE \mathcal{TBC} VAN A-ESKWADRAAT.
HET COLLEGE WISB101 WERD IN 2007/2008 GEGEVEN DOOR DIVERSE DOCENTEN.
HET TENTAMEN IS SAMENGESTELD/GEMAAKT DOOR DHR. K. SLOOTEN.

Wat is wiskunde A (WISB101) 7 november 2007

Alle opgaven tellen even zwaar; binnen een opgave wegen alle onderdelen even zwaar. Als je een onderdeel niet kunt maken, mag je het wel gebruiken in de volgende onderdelen. Het gebruik van hulpmiddelen is niet toegestaan. Laat ook zien hoe je aan je antwoord bent gekomen.

Opgave 1

Geef een $X \in \{P, \neg P, Q, \neg Q, R, \neg R\}$ zodat

$$((P \wedge Q) \rightarrow R) \leftrightarrow (\neg P \vee \neg Q \vee X),$$

een tautologie is, en toon de juistheid van je bewering aan met behulp van een waarheidstabel.
N.B. Als er meerdere X mogelijk zijn, is het voldoende één ervan te geven.

Opgave 2

a) Bewijs of vind een tegenvoorbeeld: voor elke drie verzamelingen A, B, C geldt:

$$\text{als } ((A \cap B = A \cap C) \text{ en } (A^c \cap B = A^c \cap C)) \text{ dan } B = C.$$

b) Bewijs of vind een tegenvoorbeeld: voor elke drie verzamelingen A, B, C geldt:

$$(A - B) - C = A - (B - C).$$

Opgave 3

Bewijs met volledige inductie dat voor elk natuurlijk getal n geldt dat

$$1 + 4 + 7 + \dots + (3n - 2) = \frac{n(3n - 1)}{2}.$$

Opgave 4

De relatie \sim op \mathbb{Z} is gedefiniëerd door

$$a \sim b \iff a + 2b \text{ is deelbaar door } 3.$$

a) Toon aan dat \sim een equivalentierelatie is.

b) Bepaal de verzameling \mathbb{Z}/\sim van equivalentieklassen. Geef duidelijk aan hoeveel verschillende equivalentieklassen er zijn, alsmede een beschrijving van elk van die klassen.

Opgave 5

Bepaal alle $x, y \in \mathbb{Z}$ waarvoor geldt dat

$$48x + 26y = -4.$$

Opgave 6

Stel dat k een natuurlijk getal is met rest 3 bij deling door 4. Laat zien dat k niet geschreven kan worden als som van twee kwadraten: $k = a^2 + b^2$ voor gehele getallen $a, b \in \mathbb{Z}$.