Departement Natuur- en Sterrenkunde, Faculteit Bètawetenschappen, UU.
In elektronische vorm beschikbaar gemaakt door de $\mathcal{TBC}$ van A–Eskwadraat.
Het college WISB121 werd in 2007/2008 gegeven door Jan Stienstra.

Lineaire Algebra (WISB121)
28 januari 2008

Opgave 1

Laat $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

a) Bepaal de kern (=kernel=nullspace=nulruimte) van de matrix A.

b) Bepaal de nullity (= dimensie van de kern) en de rang (=rank) van A.

Opgave 2

We werken met rijvectoren in $\mathbb{R}^3$. Laat $\mathbf{b} = [1, 3, 5]$ en $\mathbf{c} = [2, 4, 6]$

a) Bereken het uitproduct (=cross product) $\mathbf{b} \times \mathbf{c}$.

b) Bereken de oppervlakte van het parallellogram in $\mathbb{R}^3$ met hoekpunten $\mathbf{0}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$, $\mathbf{b} + \mathbf{c}$ (= area of the parallelogram determined by $\mathbf{b}$ and $\mathbf{c}$) .

Opgave 3

a) Bepaal de eigenwaarden en eigenvectoren van de matrix $\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 7 \end{pmatrix}$.

b) Bepaal alle oplossingen $\mathbf{x}(t) = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix}$ van het stelsel differentiaalvergelijkingen

$$\begin{aligned} x_1' &= 2x_1 + 4x_2 \\ x_2' &= 6x_1 + 7x_2 \end{aligned}$$

c) Welke van de in b) gevonden oplossingen voldoet aan $\mathbf{x}(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 13 \end{pmatrix}$?

Opgave 4

Bereken de eigenwaarden (in $\mathbb{C}$) en eigenvectoren (in $\mathbb{C}^2$) van de matrix $\begin{pmatrix} 3i & 1 \\ 5 & -i \end{pmatrix}$.

Opgave 5

Laat $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

a) Bepaal alle eigenwaarden en de bijbehorende eigenvectoren van A.

b) Geef een diagonaalmatrix D en een orthogonale matrix C zo dat $A = CDC^{-1}$.

Opgave 6

We werken met rijvectoren in $\mathbb{R}^3$.

a) Construeer een orthonormale basis van $\mathbb{R}^3$ door het Gram-Schmidt proces toe te passen op de geordende basis $\{[1,0,1],[0,1,2],[1,-1,3]\}$.

b) Bepaal de projectie van $[1,-1,3]$ op het vlak $sp([1,0,1],[0,1,2])$.

Opgave 7

In deze opgave zijn S, E en B $n \times n$-matrices; S is een orthogonale matrix, E een diagonaalmatrix en $B = SES^{-1}$.
Bewijs dat B een symmetrische matrix is.