Dit tentamen is in elektronische vorm beschikbaar gemaakt door de $\mathcal{TBC}$ van A–Eskwadraat. A–Eskwadraat kan niet aansprakelijk worden gesteld voor de gevolgen van eventuele fouten in dit tentamen.

Infinitesimaalrekening

Herkansing, donderdag 19 maart 2009, 14.00 – 17.00 uur

Maak de opgaven op het uitgereikte papier.
Vul op elk blad dat je inlevert je naam en studentnummer in.
Geef niet alleen antwoorden, maar laat ook zien hoe je aan die antwoorden komt.
Alle 10 opgaven tellen voor 10 punten. Het eindcijfer is het totaal aantal punten gedeeld door 10.
Op dit tentamen mogen geen rekenapparaten gebruikt worden. Ook het raadplegen van boeken, dictaten of eigen aantekeningen is niet toegestaan.

Veel succes!

Opgave 1
Onderzoek $\lim_{x\to\infty} \dfrac{x^2 - 6x + \cos x}{2x^2 + 1}$.
Als de limiet bestaat, leg uit waarom hij bestaat, en bepaal hem.
Als hij niet bestaat, leg uit waarom niet.

Opgave 2
Bepaal de tweede-orde Taylorveelterm van de functie $x \mapsto \sqrt{x}$ in het steunpunt $x = 25$.
Bepaal hiermee een benadering van $\sqrt{26}$ in drie decimalen achter de komma. Laat zien (door een schatting van de restterm) dat deze benadering zelfs in vier decimalen achter de komma nauwkeurig is.

Opgave 3
Bepaal een primitieve van de functie $f(x) = x^2e^{-2x}$.
Controleer je antwoord.

Opgave 4
Hoeveel complexe getallen z zijn er die voldoen aan $z^4 = -8 + 8i\sqrt{3}$? Bepaal deze getallen z en schrijf ze in de vorm $a + bi$. Controleer minstens één van de antwoorden.

Opgave 5
Bepaal alle oplossingen $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ van de differentiaalvergelijking
$f''(x) + 3f'(x) - 4f(x) = 4x + 5$.

Z.O.Z!!!!!!!!

Opgave 6
Stel $f : \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}$ is gedefinieerd door
$f(x,y) = \dfrac{x-y}{x^2+y^2}$ als $(x,y) \neq (0,0)$ en $f(0,0) = 0$.
Bepaal in welke punten f continu is en in welke niet. Geef argumenten.

Opgave 7
f is gedefinieerd voor alle x en voor alle $y, z > 0$ door
$f(x,y,z) = (\sqrt{yz},\ \ xy^2)$.
Bepaal de lineaire benadering van f in het steunpunt $(2,1,4)$ en gebruik deze lineaire benadering om een benadering te berekenen van $f(2,1,\ \ 0,9,\ \ 3,9)$.

Opgave 8

Bepaal de globale extremen van de functie
$f(x,y,z) = 3xz - y^2$ op de bol B die bestaat uit alle (x,y,z) met $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$.
Bepaal ook de punten waarin de extremen aangenomen worden.
Toon met argumenten aan dat het zeker is dat deze punten de globale extremen van f zijn op het gehele gebied B.

Opgave 9
Integreer de functie $f(x,y,z) = x^2 + y^2$ over het kapje K dat bestaat uit alle punten (x,y,z) waarvoor geldt $z \geq 1$ en die liggen binnen de bol met middelpunt $(0,0,0)$ en straal 2.

Opgave 10
Kies $a > 0$ en $p > 0$. We bekijken in het vlak $z = 0$ het paraboolsegment P dat bestaat uit alle punten $(x,y,0)$ met $0 \leq x \leq a$ en $y^2 \leq px$.
Door P te roteren om de as $x = a$ ontstaat een driedimensionaal lichaam T, dat lijkt op een tol.
Maak een schets van P en T.
Bepaal de inhoud van T.
(Deze opgave werd voor het eerst opgelost door Ibn al-Haytham omstreeks het jaar 1000).