

# TENTAMEN INFI B

16 april 2013, 13.30-16.30

---

- Zet op elk blad dat je inlevert je naam en nummer.
  - Schrijf op het eerst blad de naam van je werkcollegebegeleider
  - Laat bij elk antwoord zien hoe je er aan bent gekomen.
  - Het gebruik van een rekenmachine of ander zelf meegebracht materiaal is niet toegestaan.
- 

## Opgave 1 (15 pt)

Beschouw de machtreeks

$$\sum_{n=2}^{\infty} n(n-1)x^n$$

- (a) Geef de convergentiestraal van deze machtreeks. (5 pt)
- (b) Geef een functie  $f(x)$  zodat bovenstaande machtreeks de Taylorreeks is van  $f(x)$ . (10 pt)

## Opgave 2 (20 pt)

Zij  $V \subset \mathbb{R}^3$  het gebied dat begrensd wordt door  $x^2 + 2y^2 + (z - 2)^2 = 4$  en waarvoor  $z \geq 2$ .

- (a) Geef een parametrisatie van  $V$ , en het domein van deze parametrisatie, in termen van bolcoördinaten ("spherical coordinates"). (5 pt)
- (b) Bereken

$$\hat{x} = \int \int \int_V x \, dx \, dy \, dz, \quad \hat{y} = \int \int \int_V y \, dx \, dy \, dz, \quad \hat{z} = \int \int \int_V z \, dx \, dy \, dz.$$

(15 pt)

**Opgave 3** (20 pt)

Zij  $E \subset \mathbb{R}^2$  het gebied gedefinieerd door:  $x, y \geq 0$ ,  $x^2 + y^2 \leq 2$  en  $x \geq y$ . De rand van  $E$  noemen we  $\mathcal{K}$ .

Gegeven is verder het vectorveld

$$\mathbf{G}(x, y) = xy(3x - y)\mathbf{i} + x^2(x + y)\mathbf{j}$$

- (a) Teken  $E$ . (5 pt)
- (b) Bereken de lijnintegraal

$$\int_{\mathcal{K}} \mathbf{G} \cdot d\mathbf{r},$$

waarbij  $\mathcal{K}$  tegen de klok in wordt doorlopen. (15 pt)

**Opgave 4** (45 pt)

Zij  $V \subset \mathbb{R}^3$  het gebied gedefinieerd door:  $x, z \geq 0$ ,  $0 \leq y \leq 1$  en  $x + z \leq 1$ . De rand van  $V$  noemen we  $\mathcal{S}$ , met een naar buiten gerichte normaal. Het gedeelte van  $\mathcal{S}$  dat geparametriseerd wordt door  $\mathbf{r}(x, y) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + (1 - x)\mathbf{k}$ ,  $0 \leq x, y \leq 1$  noemen we  $\mathcal{S}_1$ . De rand van  $\mathcal{S}_1$  noemen we  $\mathcal{L}$ . Gegeven is verder het vectorveld

$$\mathbf{H}(x, y, z) = x(x + z)\mathbf{i} + y^2\mathbf{j} + zy\mathbf{k}$$

- (a) Bereken rechtstreeks de flux van  $\mathbf{H}$  door  $\mathcal{S}_1$ . (10 pt)
- (b) Bereken de flux van  $\mathbf{H}$  door  $\mathcal{S}_1$ , door gebruik te maken van de divergentiestelling. (15 pt)
- (c) Bereken rechtstreeks

$$I = \int_{\mathcal{L}} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{r}$$

(10 pt)

- (d) Bereken  $I$  door gebruik te maken van de stelling van Stokes. (10 pt)