

TENTAMEN INFI B

18 april 2016, 8.30-11.30

- Zet op elk blad dat je inlevert je naam en nummer.
 - Schrijf het antwoord op iedere vraag op een apart blad.
 - Laat bij elk antwoord zien hoe je er aan bent gekomen.
 - Het gebruik van een rekenmachine of ander zelf meegebracht materiaal is niet toegestaan.
 - Doe je best om LEESBAAR te schrijven. Onleesbare antwoorden kunnen fout gerekend worden.
-

Opgave 1 (15 pt)

Beschouw de machtreeks

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(n + \frac{1}{n}\right) x^n$$

- (a) (5 pt) Geef de convergentiestraal van deze machtreeks.
- (b) (10 pt) Geef een functie $f(x)$ zodat bovenstaande machtreeks de Taylorreeks is van $f(x)$.

Opgave 2 (15 pt)

Zij $f(x, y) = x^2 - y^2$ en $g(x, y) = xy$.

- (a) (5 pt) Teken de niveaokrommen $f(x, y) = \pm 1$ en $g(x, y) = \pm 1$ in één plaatje.
- (b) (5 pt) Laat zien dat in een snijpunt, de niveaokrommen van f en g loodrecht op elkaar staan.
- (c) (5 pt) Bereken

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 + y^2}{x^2 + y^2},$$

of laat zien dat deze limiet niet bestaat.

Opgave 3 (20 pt)

Zij $C \subset \mathbb{R}^3$ de cylinder: $C = \{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$ en $P \subset \mathbb{R}^3$ begrensd door: $\{(x, y, z) \mid z + x^2 + y^2 = a^2\}$, met $a \geq 1$.

Bereken de inhoud van de doorsnede van C en P .

Opgave 4 (25 pt)

Zij $D \subset \mathbb{R}^3$ de pyramide met hoekpunten $(0, 0, 0)$, $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$ en $(0, 0, 1)$.

Gegeven is het vectorveld:

$$\mathbf{F} = xy\hat{\mathbf{i}} + y^2\hat{\mathbf{j}} + zy\hat{\mathbf{k}}.$$

Bereken de flux van \mathbf{F} door D :

- (a) (15 pt) Rechtstreeks.
- (b) (10 pt) Met behulp van de divergentiestelling.

Opgave 5 (25 pt)

Zij $R > 0$. Het oppervlak $S \subset \mathbb{R}^3$ is de vereniging van

$$L = \{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 + z^2 = R^2, 0 \leq z \leq \frac{1}{2}R\}$$

en

$$T = \{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 \leq \frac{3}{4}R^2, z = \frac{1}{2}R\}.$$

Gegeven is ook het vectorveld:

$$\mathbf{G} = -y\hat{\mathbf{i}} + x\hat{\mathbf{j}} + z\hat{\mathbf{k}}.$$

Bereken $\int \int_S \mathbf{curl} \mathbf{G} \bullet \hat{\mathbf{N}} \, dS$:

- (a) (15 pt) Rechtstreeks.
- (b) (10 pt) Met behulp van de stelling van Stokes.