

HERTENTAMEN INFI B

2 juli 2018, 9.00-12.00

-
- Zet op elk blad dat je inlevert je naam en nummer.
 - BELANGRIJK: Schrijf het antwoord op iedere vraag op een apart blad.
 - Laat bij elk antwoord zien hoe je er aan bent gekomen.
 - Het gebruik van een rekenmachine of ander zelf meegebracht materiaal is niet toegestaan.
 - Doe je best om LEESBAAR te schrijven. Onleesbare antwoorden kunnen fout gerekend worden.
-

Opgave 1 (15 pt)

Beschouw de machtreeks

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{n+1} x^n$$

- (a) (5 pt) Geef de convergentiestraal van deze machtreeks.
- (b) (10 pt) Geef een functie $f(x)$ zodat bovenstaande machtreeks de Taylor reeks is van $f(x)$ rond $x = 0$.

Opgave 2 (15 pt)

Zij $E \subset \mathbb{R}^2$ het gebied gedefinieerd door: $x \geq 0$, $y \geq 0$, $x^2 + y^2 \leq 2$ en $x \geq y$.

De rand van E noemen we \mathcal{K} .

Gegeven is verder het vectorveld

$$\mathbf{G}(x, y) = xy(3x - y)\mathbf{i} + x^2(x + y)\mathbf{j}$$

- (a) (3 pt) Teken E .
- (b) (12 pt) Bereken de lijnintegraal

$$\int_{\mathcal{K}} \mathbf{G} \cdot d\mathbf{r}$$

Opgave 3 (20 pt)

Zij $C \subset \mathbb{R}^3$ de schief afgesneden halve cylinder:

$$C = \{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, 0 \leq z \leq 2 - x - y\}.$$

Bereken de inhoud van C .

Opgave 4 (25 pt)

Zij $S_R \subset \mathbb{R}^3$ de bol $S_R = \{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2\}$, waarbij $R > 0$. De rand van S_R wordt aangegeven met D_R en heeft een naar buiten wijzende normaal.

Gegeven is het vectorveld:

$$\mathbf{F} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + zx\mathbf{k}.$$

Bereken de flux van \mathbf{F} door D_R :

- (a) (15 pt) Rechtstreeks.
- (b) (10 pt) Met behulp van de divergentiestelling.

Opgave 5 (25 pt)

Zij $\mathcal{T} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 - z = 0, 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$. Voorzie dit oppervlak van een normaal waarvan de k -component positief is. Zij

$$\mathbf{G}(x, y, z) = xy\mathbf{i} + xyz\mathbf{j} + xz\mathbf{k}$$

Zij

$$I = \int \int_{\mathcal{T}} (\nabla \times \mathbf{G}) \cdot \mathbf{N} \, dS$$

- (a) Bereken I rechtstreeks. (10 pt)
- (b) Bereken I door middel van de stelling van Stokes. (15 pt)