

Inleiding Kansrekening en Statistiek Deeltentamen, 2015-16

- * Elke opgave dient op een apart blad ingeleverd te worden.
- * Zet op elk blaadje dat je inlevert je naam en collegekaartnummer. Zet op het eerste blad ook de naam van je werkcollegebegeleider.
- * Je mag een eenvoudige rekenmachine gebruiken en ook het informatie A4tje.

(1) Stel dat A , B en C gebeurtenissen zijn in een kansruimte (Ω, P) met de volgende eigenschappen:

- (i) A en B zijn onafhankelijk, en ook B en C zijn onafhankelijk.
- (ii) $P(A) = 0.3$, $P(B) = 0.4$, $P(C) = 0.5$, en $P(A|C) = P(B|A \cap C) = 0.5$.

Bepaal $P(A \cup B \cup C)$. (1 punt)

(2) Onlangs onderzocht een senaatscommissie in de Verenigde Staten de mogelijkheid tot het opzetten van een nationale instelling voor het signaleren van kindermishandeling. Een team van specialisten kwam onder andere tot de volgende drie conclusies:

- (i) 1 op de 90 kinderen wordt mishandeld.
- (ii) van de mishandelde kinderen, zal een arts in 90% van de gevallen het kind als mishandeld classificeren.
- (iii) van de kinderen die niet mishandeld zijn, zal een arts in 3% van de gevallen het kind ten onrechte als mishandeld classificeren.

Beantwoord nu de volgende vragen.

- (a) Hoe groot is de kans dat een arts een kind als mishandeld classificeert? (1 punt)
- (b) Hoe groot is de kans dat een kind daadwerkelijk wordt mishandeld en een arts het kind als mishandeld classificeert? (0.5 punt)
- (c) Hoe groot is de kans dat een kind daadwerkelijk wordt mishandeld, gegeven dat een arts het kind als mishandeld heeft geclassificeerd? (1 punt)

(3) Er wordt herhaaldelijk geworpen met een eerlijke dobbelsteen. Zij

X = het nummer van de worp waarin voor het eerst een 3 wordt gegooid,

en

Y = het nummer van de worp waarin voor het eerst een 4 wordt gegooid.

- (a) Zijn X en Y onafhankelijk? (Motiveer uw antwoord). (0.5 punt)
- (b) Bepaal $E(X + Y)$. (0.5 punt)
- (c) Bepaal $P(X = n, Y = m)$ voor alle $n, m \geq 1$. (1 punt)
- (d) Bepaal $E(X|Y = 1)$. (1 punt)

(4) Stel dat de simultane kansdichtheid van X en Y gegeven wordt door

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{cy}{x} & \text{als } 0 < y < x < 1 \\ 0 & \text{elders.} \end{cases}$$

- (a) Bepaal de waarde van c . (0,5 punt)
- (b) Bepaal de marginale kansdichtheden f_X en f_Y van X en Y . (1 punt)
- (c) Bepaal $P(X + Y \leq 1)$. (1 punt)
- (d) Bepaal de kansdichtheid van $Z = X^3$. (1 punt)