

Uitwerking Eerste Quiz Speltheorie, 24-10-2012

Attentie! Maak van de onderstaande drie opgaven er slechts twee naar eigen keuze!

Opgave 1 [50 pt]. Beschouw het spel met de uitbetalings-bimatrix

$$(A, B) = \begin{pmatrix} 3, 2 & 1, 1 \\ 1, b & 2, 3 \end{pmatrix}.$$

Hier is $b \in \mathbb{R}$ een parameter.

a [20 pt]. Bereken alle Nash evenwichten in zuivere strategieën in het geval $b = 1$.

b [15 pt]. Bereken alle Nash evenwichten in gemengde strategieën in hetzelfde geval $b = 1$.

c [15 pt]. Bereken voor elke waarde van $b \in \mathbb{R}$ de verzameling van alle Nash evenwichten in gemengde strategieën.

Opgave 2 [50 pt]. Gegeven is een tweepersoons spel met $m \times n$ uitbetalings-bimatrix (A, B) . Stel dat $(\bar{p}, \bar{q}) \in \Delta^m \times \Delta^n$ een gemengd Nash evenwicht is.

a [35 pt]. Bewijs dat voor elk paar indices i, i' het volgende geldt: als $\bar{p}_i > 0$ en $\bar{p}_{i'} > 0$, dan $\mathbf{e}^i A \bar{\mathbf{q}} = \mathbf{e}^{i'} A \bar{\mathbf{q}}$.

b [15 pt]. Laat door een tegenvoorbeeld zien dat de implicatie in onderdeel a niet meer hoeft te gelden als $p_i = 0$ of $p_{i'} = 0$.

Opgave 3 [50 pt]. Gegeven is de volgende matrix

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} L & R \end{array} \\ \begin{array}{c} T \\ B \end{array} & \begin{pmatrix} 3, 2 & 2, 1 \\ 6, 2 & 5, 5 \end{pmatrix} \end{array}$$

Beschouw het spel waarbij *tweemaal* met deze matrix wordt gespeeld en waarbij, na afloop van de eerste ronde, beide spelers vernemen wat ze in die eerste ronde hebben gedaan. Na de tweede ronde worden de uitbetalingen van ronde 1 en 2 bij elkaar opgeteld om de totale uitbetaling te bepalen. Bijvoorbeeld: als de tweede speler R speelt in ronde 1 en L in ronde 2, dan krijgt zij $5+2=7$ eenheden geld als de eerste speler B kiest in ronde 1 en T in ronde 2.

a [10 pt]. Formuleer dit spel als een spel in uitgebreide vorm.

b [10 pt]. Hoeveel strategieën heeft elke speler? Formuleer het spel ook als een spel in strategische vorm.

c [20 pt]. Bepaal alle deelspel-perfecte evenwichten van dit spel.

d [10 pt]. Stel nu dat bovenstaand spel wordt veranderd in het *viermaal* herhaald spelen met bovenstaande matrix (na elke ronde vernemen beide spelers wat ze in die ronde hebben gedaan). Bepaal ook van dat spel alle deelspel-perfecte evenwichten.

¹Merk op: die twee garanderen dat wat er in onderdeel b eventueel nog bijkomt aan NE's volledig gemengd moet zijn, zodat – als alternatief op hetgeen op de thuispagina is voorgedaan – ook de equalizer rule kan worden toegepast .