

Complexe Functies (WISB311)
maart 2003

Zet op iedere pagina uw naam en op de eerste pagina uw studentnummer en emailadres. Beargumenteer oplossingen kort en helder.

Opgave 1. Geef de Laurentontwikkeling op het ringgebied $\frac{1}{2} < |z| < 2$ van de functie

$$\frac{1}{2z-1} + \frac{1}{(z+2)^2}.$$

Opgave 2. Bepaal de residuen in de polen van

$$\frac{1}{(z-1)^2(z+1)} \quad \text{en} \quad \frac{1}{z \sin z}.$$

Opgave 3. Bepaal het aantal nulpunten van $z^7 + 4z^4 + z^3 - 1$ achtereenvolgens op de eenheidsschijf $|z| < 1$, de cirkel $|z| = 1$, het ringgebied $1 < |z| < 2$ en het gebied $|z| > 2$.

Opgave 4. Bepaal voor $a > 1$ de integraal

$$\int_0^\pi \frac{1}{\cos^2 \phi + a} d\phi.$$

Opgave 5. Bepaal voor $a > 0$ de integraal

$$\int_0^\infty \frac{x^{a-1}}{(x+1)(x+2)} dx.$$

Opgave 6. Zij f een polynoom van graad $n > 0$, dus $f(z) = a_0 + \dots + a_n z^n$ met $a_n \neq 0$. Bewijs dat er een $r > 0$ en een holomorfe functie g op $|z| > r$ bestaan zodat $f(z) = g(z)^n$ als $|z| > r$.