

Toets III WISB321, 21 oktober 2015

1. In deze opgave mag je gebruiken dat $r_2(p^k)/4$ gelijk is aan $k + 1$ als p priem is en $p \equiv 1 \pmod{4}$.
 - (a) (1 pt) Hoeveel oplossingen heeft $9 \times 29 = x^2 + y^2$ in $x, y \in \mathbb{Z}$?
 - (b) (1 pt) Geef alle oplossingen met $x, y > 0$.
 - (c) (1 pt) Hoeveel oplossingen heeft $29^3 = x^2 + y^2$ in $x, y \in \mathbb{Z}$?
 - (d) (1 pt) Geef alle oplossingen met $x, y > 0$.
2.
 - (a) (2 pt) Bepaal de kettingbreukontwikkeling van $\sqrt{130}$.
 - (b) (1 pt) Bepaal de eerste drie convergenten van deze kettingbreuk.
3.
 - (a) (1 pt) Bepaal een natuurlijk getal dat niet te schrijven is als som hooguit 36 vijfde machten.
 - (b) (2 pt) In dit onderdeel willen we natuurlijke getallen schrijven als som van oneven kwadraten. Zij $N \in \mathbb{N}$ en stel dat $N \equiv 2 \pmod{8}$ en N deelbaar door 3, maar niet door 9. Stel dat N te schrijven is als som van k oneven kwadraten. Bewijs dat $k \geq 10$. (Hint: gebruik dat oneven kwadraten altijd 1 modulo 8 zijn)