Tentamen Topologie en Meetkunde A

(Cursus 2001, 2 studiepunten)

3 mei 2001, 9:00 - 12:00 uur.

Opgave 1:

Laten X en Y topologische ruimten zijn en $A \subseteq X$, $B \subseteq Y$. Toon aan:

$$A^{\text{inw}} \times B^{\text{inw}} = (A \times B)^{\text{inw}}$$

in de product-topologie op $X \times Y$ (A^{inw} geeft het inwendige van de verzameling A aan).

Opgave 2:

Laat X een topologische ruimte zijn. Zij $\Delta = \{(x, x) \mid x \in X\}$. Toon aan:

$$X \text{ is een Hausdorffruimte } \Leftrightarrow \ \Delta \text{ is gesloten in } X \times X$$

Opgave 3:

Laat X een Hausdorffruimte zijn en A en B compacte deelverzamelingen van X. Toon aan:

a) $A \cup B$ is compact,

b) $A \cap B$ is compact.

Opgave 4:

Zij $\mathcal{T}$ de volgende collectie van deelverzamelingen van $\mathbb{R}$:

$$\mathcal{T} = \{(-\alpha, \alpha) \mid \alpha > 0\} \cup \{\emptyset, \mathbb{R}\}$$

a) Toon aan, dat $\mathcal{T}$ een topologie is op $\mathbb{R}$.
Zij $\mathcal{T}_g$ de gewone topologie op $\mathbb{R}$.

b) Bewijs dat de identitieit van $(\mathbb{R}, \mathcal{T}_g)$ naar $(\mathbb{R}, \mathcal{T})$ continu is.
(De identiteit is de functie $i : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, gedefinieerd door $i(x) = x$.)

c) Bepaal de afsluiting van $\{1\}$ in $(\mathbb{R}, \mathcal{T})$.

Veel sukses