Mathematisch Instituut, Faculteit Wiskunde en Informatica, UU.
In elektronische vorm beschikbaar gemaakt door de $\mathcal{TBC}$ van A−Eskwadraat.
Het college WISB341 werd in 2004/2005 gegeven door J. van Oosten.

Topologie en Meetkunde, deel 2 (WISB341)
6 juli 2005

Advies: maak eerst die sommen, die je kunt; en ga dan nadenken over de rest. Succes!

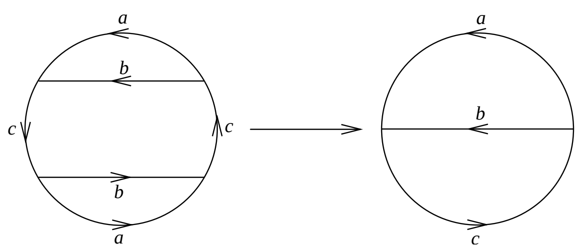
Opgave 1

Bepaal welke van onderstaande continue afbeeldingen overdekkingsafbeeldingen zijn. Motiveer je antwoord!

a) De afbeelding $p : (0, 3) \to S^1$ gegeven door $p(t) = (\cos(2\pi t), \sin(2\pi t))$.

b) De projectie op de x-as: $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$.

c) De afbeelding gegeven door onderstaand plaatje:



Opgave 2

a) Zij X de ruimte die bestaat uit S^2 samen met het lijnstuk, dat de noord- en zuidpool met elkaar verbindt. Bepaal d.m.v. de stelling van Seifert en Van Kampen de fundamentaalgroep van X.

b) Laat $Y = \mathbb{R}^3 - \{(x, y, 0) \mid x^2 + y^2 = 1\}$. Laat zien dat X homeomorf is met een deformatieretract van Y.

c) Laat $Z = \mathbb{R}^3 - \{(x, 0, 0) \mid x \in \mathbb{R}\}$. Vind een geschikt deformatieretract van Z, en bepaal zijn fundamentaalgroep.

d) Zijn de ruimten Y en Z homeomorf? Motiveer.
[Hint: beschouw inbeddingen van S^2 in deze ruimten. Zijn die altijd nulhomotoop?]

Opgave 3

a) Geef een polygoongebied met labelschema, zo dat de bijbehorende quotiëntruimte homeomorf is met $K\#T$ (hier is K de Fles van Klein, en T de torus).

b) Bepaal de eerste homologiegroep van $K\#T$.

c) Met welk standaardoppervlak uit de classificatiestelling is $K\#T$ homeomorf?

Opgave 4

Laat $p : E \to B$ een overdekkingsafbeelding zijn. Veronderstel dat B een Hausdorffruimte is.

a) Bewijs, dat E een Hausdorffruimte is.

b) Bewijs dat als E compact is, de verzameling $p^{-1}(x)$ eindig is, voor iedere $x \in B$.

c) Stel nu dat B compact is en dat $p^{-1}(x)$ eindig is voor iedere $x \in B$. Bewijs, dat E compact is.