

Hertentamen Discrete Wiskunde (WISB363) 21 augustus 2009

Dit is een open-boek tentamen.

Uit uw oplossingen moet duidelijk blijken dat gebruik wordt gemaakt van een in het boek *Hoofdstukken uit de Combinatoriek* behandelde techniek. Een oplossing die hier niet aan voldoet, kan hoogstens half goed worden gerekend.

Elke opgave telt even zwaar.

Opgave 1.

A_n is het aantal rijen van n letters, waarbij elke letter is gekozen uit $\{a, b, c\}$ en het niet voorkomt dat twee letters a naast elkaar staan.

- Bewijs dat $A_{n+2} = 2 \cdot A_{n+1} + 2 \cdot A_n$ voor $n \geq 0$, met $A_0 = 1$ en $A_1 = 3$.
- Los de recurrente betrekking uit onderdeel **a** op.

Opgave 2

Zij $p(n)$ het aantal partities van n . De volgende tabel van $p(n)$ is gegeven.

n :	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$p(n)$:	1	2	3	5	7	11	15	22	30	42	56	77	101	135	176

Bereken hieruit het aantal partities van 15 met precies drie parten 2.

Opgave 3

De verzameling X bestaat uit de zes zijvlakken van een kubus.

Op X werkt de groep G van 12 draaiingen van de kubus, bestaande uit de identiteit, de draaiingen over 120 graden om de lichaamsdiagonalen en de draaiingen over 180 graden om de coördinaatassen.

Dit is dus niet de gehele draaiingsgroep!

Elk zijvlak wordt gekleurd met een van de kleuren rood, wit of blauw, met als extra conditie dat elke kleur voorkomt.

Bereken het aantal van deze kleuringen van X , rekening houdend met identificatie van kleuringen door de werking van G .

Opgave 4

Construeer een circuitbasis (= basis voor de cyclen) voor de enkelvoudige graaf met punten $a, b, c, d, e, f, g, h, i$ en lijnen $\{a, b\}, \{a, d\}, \{a, i\}, \{b, e\}, \{b, f\}, \{b, h\}, \{c, d\}, \{c, e\}, \{c, g\}, \{d, f\}, \{d, g\}, \{d, h\}, \{e, g\}, \{e, i\}, \{f, h\}, \{f, i\}, \{g, i\}, \{h, i\}$.

Opgave 5

Gegeven is de volgende rij van deelverzamelingen van $\{1, 2, \dots, 12\}$:

$\{1, 4, 6, 7, 12\}, \{2, 7, 9, 10, 11\}, \{1, 3, 4, 6, 7\}, \{2, 4, 9, 10, 11\}, \{2, 3, 5, 6, 9\}, \{4, 6, 7, 10, 11\},$
 $\{2, 4, 6, 7, 11\}, \{5, 6, 8, 9, 10\}, \{2, 4, 7, 9, 10\}, \{2, 4, 9, 10, 11\}, \{2, 4, 9, 10, 11\}, \{6, 7, 8, 9, 11\}.$

De rij 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 is een transversaal voor de deelrij van de eerste elf deelverzamelingen.

Gebruik de methode uit het boek om te beoordelen of, en zo ja hoe, deze partiële transversaal is te verbeteren tot een transversaal voor de hele bovenstaande rij van twaalf deelverzamelingen.