

Discrete Wiskunde, hertentamen (WISB363) 2 september 2005

- Dit tentamen is open boek.
- Geef bij iedere opgave een toelichting waaruit blijkt welke methoden of stellingen uit het boek u gebruikt.
- Bij de beoordeling tellen alle opgaven even zwaar.

Opgave 1

Bereken het aantal natuurlijke getallen in het bereik van 1 t/m 2100 die niet deelbaar zijn door 2, 3, 5 of 7.

Opgave 2

Los a_n ($n \geq 2$) op uit de recurrente betrekking

$$a_n = 6a_{n-1} - 9a_{n-2} + 12n - 28 \quad (n \geq 2) \text{ met } a_0 = 0, a_1 = 5$$

N.B.: Alleen een oplossing waarin voortbrengende functies worden gebruikt levert het maximum aantal punten op.

Opgave 3

X is de verzameling van de 10 vlakken van een recht, regelmatig, achzijdig prisma: grondvlak, bovenvlak (evenwijdige regelmatige achthoeken) en acht opstaande zijvlakken (rechthoeken). Op X werkt de groep G van ruimtelijke draaiingen van het prisma. Elk vlak wordt gekleurd met een van de kleuren rood, wit of blauw.

Bereken het aantal verschillende kleuringen van X met 4 rode, 3 witte en 3 blauwe vlakken, rekening houdend met identificatie van kleuringen door de werking van G .

Opgave 4

$G = (V, E)$ is een niet-lege planaire, enkelvoudige, samenhangende graaf waarin elk punt graad 3 heeft en elk elementair circuit lengte $\geq r$ heeft.

- Laat zien dat $r < 6$.
- Veronderstel dat $r = 5$. Bij een inbedding van G in \mathbf{R}^2 noemen we f_n het aantal n -hoekige gebieden.

Laat zien dat $f_5 \geq 12$.

Aanwijzing: Druk de aantallen gebieden, punten en lijnen uit in de f_n .

Opgave 5

Construeer twee onderling orthogonale 9×9 latijnse vierkanten op $\{1, 2, \dots, 9\}$.