

## Discrete Wiskunde (WISB363)

### 3 juli 2006

Dit is een open boek tentamen.

Geef bij iedere opgave een toelichting waaruit blijkt welke methoden of stellingen uit het boek u gebruikt. Oplossingen met een puzzelachtig karakter worden hoogstens half goed gerekend. Bij de beoordeling tellen alle opgaven even zwaar.

#### Opgave 1

$A_n$  is het aantal rijen van  $n$  cijfers, waarin elk cijfer gekozen is uit  $\{0, 1, 2\}$  en waarin het niet voorkomt dat twee cijfers 0 naast elkaar staan.

- Bewijs dat  $A_{n+2} = 2 \cdot A_{n+1} + 2 \cdot A_n$  voor  $n \geq 0$ , met  $A_0 = 1$  en  $A_1 = 3$ .
- Los de recurrenthe betrekking uit onderdeel a) op.

#### Opgave 2

Zij  $p(n)$  het aantal partities van  $n$ . De volgende tabel van  $p(n)$  is gegeven.

$n$ :	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$p(n)$ :	1	2	3	5	7	11	15	22	30	42	56	77	101	135	176

Bereken hieruit het aantal partities van 15 waarin parten 5 en 7 geen van beide voorkomen.

#### Opgave 3

De verzameling  $X$  bestaat uit de hoekpunten van een regelmatige (vlakke, convexe) 9-hoek en het middelpunt daarvan.  $X$  heeft dus 10 punten.

Op  $X$  werkt de groep  $G$  van draaiingen en omklappingen van de 9-hoek.

Elk punt wordt gekleurd met een van de kleuren rood, wit of blauw.

Bereken het aantal verschillende kleuringen van  $X$  met 3 rode punten, rekening houdend met identificatie van kleuringen door de werking van  $G$ .

#### Opgave 4

- $G$  is een samenhangende graaf met  $v$  punten en  $e$  lijnen.  
Bewijs dat er niet meer dan  $e - v + 2$  lijnen in een minimale snede van  $G$  kunnen zitten.
- (Onafhankelijk van onderdeel a)).  
Bewijs dat de minimale sneden van  $K_5$  (de complete graaf met 5 punten) bestaan uit 4 of uit 6 lijnen.

### Opgave 5

In onderstaand netwerk met bron  $a$  en put  $z$  zijn van alle pijlen de capaciteiten aangegeven. Vind een gerichte  $(a, z)$ -sneede van minimale capaciteit in dit netwerk door het algoritme van Ford en Fulkerson (laat dat expliciet zien) toe te passen op een door uzelf gekozen circulatie.

