

Wiskundige technieken 3 (WISN 202) 26 juni 2009

Opgave 1

Laat zien dat de functie e^{z^2} aan de Cauchy-Riemann vergelijking voldoet.

Opgave 2

Laat $\gamma : [0, \frac{\pi}{2}] \rightarrow \mathbb{C}$ het zijn die door de formule $\gamma(t) := \cos(t) + 2i\sin(t)$ is gegeven. Bereken de lijnintegraal

$$\int_{\gamma} \frac{1}{z} dz.$$

Opgave 3

Wat is de convergentiestraal van de functie

$$\frac{1}{z^4 + z^2 + 2}$$

rond het punt 0?

Opgave 4

Bereken de volgende integraal, waarbij de contour $C := \{z \in \mathbb{C} \mid |z| = 2\}$ eenmaal in de positieve zin wordt doorlopen

$$\int_C \frac{e^z}{z(1+z)^2} dz.$$

Opgave 5

Zij $a \in \mathbb{R}$ een reëel getal. Bereken de integraal

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{a + \sin(t)} dt.$$

Opgave 6

Bereken de volgende twee oneigenlijke integralen

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin(x)}{1+x^2}, \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos(x)}{1+x^2}.$$